

商空間を用いた次元還元による3世代模型の探求

arXiv: 2305.01421 (Accepted by JHEP)

埼玉大学 大学院理工学研究科 博士前期課程2年 須田亮介

共同研究者: 浅井健人(東京大学宇宙線研究所), 佐藤文(横浜国立大学), 高西康敏(埼玉大学), 梁正樹(埼玉大学)

Flavor Physics Workshop 2023 @ 熱海



概要

- ✓ Coset space dimensional reduction(CSDR): 次元還元(高次元 → 4次元理論の手続き)の一種
- ✓ 余剰空間の対称性 vs ゲージ対称性 → 4次元でのゲージ群と場の表現が決まる
- ✓ 4+8次元のゲージ理論から標準模型フェルミオンを複数世代含む4次元理論が得られた

1. 序論~Higgs場の起源とゲージヒッグス統合理論~

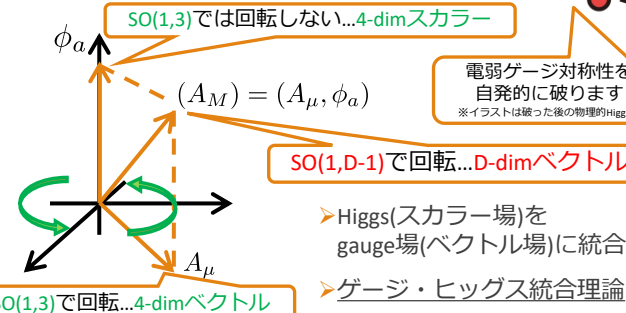
Higgs場はどこから来たのか?

- その答えは標準模型の中にはない
 - スカラー場のポテンシャルの形
 - 湯川相互作用

$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$
の $(1, 2) \left(\frac{1}{2}\right)$ です



Higgsの起源を求めて標準模型の先へ



電弱ゲージ対称性を
自発的に破ります
※イラストは破った後の物理的Higgs場

3. CSDRによる 4+8 次元模型の探求

欲しいもの: 4次元でカイラルな理論

≡ 左右のフェルミオンのゲージ群表現が異なる理論

そのための条件

- D=4n+2のとき: D次元ゲージ群Gの実表現フェルミオン OK
 - D=6,10,14: 先行研究+先輩方の仕事 [T. Jittoh, M. Koike, T. Nomura, J. Sato and T. Shimomura, Prog. Theor. Phys., 120(2008), 1041-1063.]
- D=4nのとき: D次元ゲージ群Gの複素表現フェルミオン OK 実表現 NG
 - はじめから複素表現の片方: 理論的興味はD=4n+2より小さかったが...
- D=8: 先輩方の仕事 [T. Jittoh, M. Koike, T. Nomura, J. Sato and Y. Toyama, Physics Letters B, 675(2009), 450-454.]

D=12 (d=8) は? ...まだ → やってみたい

12次元 → 4次元でカイラルな理論を得るために必要なもの

- Rank R = Rank S [R. Bott, Princeton University Press(1965), 167-186.]
- D=4n → G, R は複素表現を持つもののみ、高次元でワイルフェルミオンを入れる(今回はSO(1,11)の32)

作業仮設的なもの

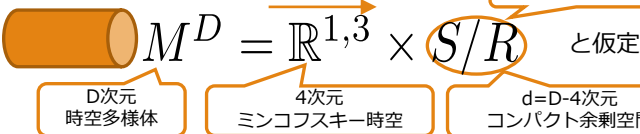
- RのU(1)直積因子は1つまで
 - RのU(1)はそのままHのU(1)に: HのU(1)が多すぎるのは好ましくない
- 12-dim フェルミオンのゲージ群G表現Fは dim F ≤ 1000 まで

以上のsetupで

4次元ゲージ群 H が SU(3) × SU(2) × U(1), SU(5), SO(10), E₆, およびそれらに U(1) 因子がついたものになる場合を探す

2. Coset space dimensional reduction

ここでは時空の構造を



S/R: コンパクトリー群Sの、部分リー群Rによる商空間 = coset space

D次元ゲージ理論(ゲージ群G)の作用A^Dからスタート

$$A^{(D)} = \int d^4x d^d y \sqrt{-\hat{g}} \left(-\frac{1}{8} \text{Tr}(F_{MN} F^{MN}) + \frac{1}{2} i \bar{\Psi} \Gamma^M D_M \Psi \right)$$

D-dim 計量 ゲージ場 フェルミオン

4次元の理論を得るには?

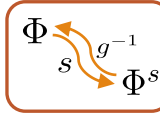
- y (余剰次元座標)積分を実行して有効ラグランジアンを導く...次元還元(dimensional reduction)
- 通常は場のy依存性を単純に落とす(ゼロモードのみ拾う)
- 余剰空間がS/Rの場合に特有の次元還元がある...**商空間を用いた次元還元(Coset space dimensional reduction)**

P. Forgacs and N. S. Manton, Commun. Math. Phys. 72 (1980), 15-35.
D. Kapetanakis and G. Zoupanos, Phys. Rept. 219(1992), 1-76.

鍵: 「対称条件 = 場はs変換のもと(up to ゲージ変換で)不変」

- 各s変換による場の変化を打ち消すゲージ変換の存在を要請

$$\Phi^s(x, y) = \Phi^g(x, y)$$



- ラグランジアンはゲージ不変性 ⇒ s不変性(y依存なし)
- 対称条件に適合するゲージ群Hと場の表現が4次元に残る

INPUTS

- 時空次元 D (余剰次元 d)
- 余剰空間 S/R
- 高次元ゲージ群 G
- RのGへの埋め込み R ⊂ G
- フェルミオン(スピノル場)のG表現 F

対称条件
CSDR

OUTPUTS

- 4次元ゲージ群 H = C_G(R)
- 現れるスカラー場のH表現
- 現れるスピノル場のH表現

4. 解析と結果

① 要請に合う商空間 S/R ⇒ ad S = ad R + (SO(8) 8v) の R 分解により R ⊂ SO(8) を決定

S/R	vector under R	spinors under R
SU(5)/SU(4) × U(1)	$\mathbf{8}_v = 4(1) + \bar{4}(-1)$	$\mathbf{8}_s = 4(-1) + \bar{4}(1)$ $\mathbf{8}_c = 6(0) + 1(2) + 1(-2)$
SU(4)/SU(2) × SU(2) × U(1)	$\mathbf{8}_v = (2, 2)(1) + (2, 2)(-1)$	$\mathbf{8}_s = (3, 1)(0) + (1, 3)(0) + (1, 1)(2) + (1, 1)(-2)$ $\mathbf{8}_c = (2, 2)(1) + (2, 2)(-1)$
SO(7)/SO(6)	$\mathbf{8}_v = 6(0) + 1(2) + 1(-2)$	$\mathbf{8}_s = 4(1) + \bar{4}(-1)$ $\mathbf{8}_c = 4(-1) + \bar{4}(1)$
SU(2)/U(1) × G ₂ /SU(3)	$\mathbf{8}_v = 3(0) + \bar{3}(0) + 1(2) + 1(-2)$	$\mathbf{8}_s = 3(-1) + \bar{3}(1) + 1(-1) + 1(1)$ $\mathbf{8}_c = 3(1) + \bar{3}(-1) + 1(1) + 1(-1)$
Sp(4)/SU(2) × SU(2)	$\mathbf{8}_v = (2, 1, 1)(2) + (1, 2, 2)(0) + (2, 1, 1)(-2)$	$\mathbf{8}_s = (1, 2, 1)(2) + (2, 1, 2)(0) + (1, 2, 1)(-2)$ $\mathbf{8}_c = (1, 1, 2)(2) + (2, 2, 1)(0) + (1, 1, 2)(-2)$

② R × H ⊂ G (up to U(1)) となるゲージ群Gを洗い出す ⇒ dim F ≤ 1000 でCSDRを実行

S/R	G	H	result
SU(5)/SU(4) × U(1)	SU(9)	SU(3) × SU(2) × U(1) × U(1)	×(1)
	SU(9)	SU(5) × U(1)	×(2)
SU(4)/SU(2) × SU(2) × U(1)	SO(18)	SO(10) × U(1)	○
	SO(14)	SU(5) × U(1)	×(2)
[SO(7)/SO(6)] × [SU(2)/U(1)]	SU(9)	SU(3) × SU(2) × U(1) × U(1)	×(3)
	SU(9)	SU(5) × U(1)	×(3)
	SO(18)	SO(10) × U(1)	○
	SO(14)	SU(5) × U(1)	×(3)
[G ₂ /SU(3)] × [SU(2)/U(1)]	E ₆	SU(3) × SU(2) × U(1)	×(4)
	SU(8)	SU(3) × SU(2) × U(1) × U(1)	×(1)
	SU(8)	SU(5) × U(1)	×(3)
	SU(8)	SU(5) × U(1)	×(3)
[Sp(4)/SU(2) × SU(2)] × [SU(3)/SU(2) × U(1)]	SO(14)	SU(3) × SU(2) × U(1)	×(4)
	SO(18)	SO(10) × U(1)	○

× (望ましい模型が得られない)

- (1) 標準模型フェルミオンが1世代分揃わない
- (2) スカラー/フェルミオンの片方しか出ない
- (3) スカラー場が出ない
- (4) 標準模型のハイパーチャージを再現しない

○ (現象論的に興味あり?)

S/R	G	F	H	scalars	fermions
SU(5)/SU(4) × U(1)	SO(18)	256	SO(10) × U(1)	10(1) + 10̄(-1)	16(2) + 16(0) + 16(-2) + 16(1) + 16(-1)
SO(7)/SO(6) × SU(2)/U(1)	SO(18)	256	SO(10) × U(1)	10(2) + 10(0) + 10(-2)	16(1) + 16(-1) + 16(1) + 16(-1)
Sp(4)/SU(2) × SU(2) × SU(3)/SU(2) × U(1)	SO(18)	256	SO(10) × U(1)	10(2) + 10(0) + 10(-2)	16(2) + 16(0) + 16(-2) + 16(2) + 16(0) + 16(-2)

- SO(10) GUT-like な模型(標準模型にどう破る?)
- 標準模型フェルミオン複数世代(びったり3ではないが...)
- U(1)_{μ-L} チャージと同じ割り当て(クォークにも割り当てがあるが...)

5. 展望

- 作業仮設の緩和 特に R の U(1) 因子の数を増やす / dim F の上限を撤廃する
- 解析の半 ⇒ (ほぼ)全自動化
- ポテンシャルの解析 出てきたスカラーがどのように働くか(SM Higgs? GUT breaking?)
- U(1)_{μ-L} 模型をはじめ3世代構造との関連を詳細に調べる