

Type-II seesaw-like機構を用いた SU(5)大統一模型における Wボソン質量とゲージ結合定数の統一

竹下 昌之介 (広島大学)

共同研究者：清水 勇介(新潟大学)

Based on

Y. Shimizu and **ST**, Nucl. Phys. B **994** (2023), 116290, arXiv:2303.11070 [hep-ph].

2023年11月23日

Flavor Physics Workshop 2023

FPWS2023@熱海

Vector-likeフェルミオンを追加してMinimal SU(5)大統一模型を拡張した。

本研究の動機

- Wボソン質量異常の説明
- 陽子崩壊
- ゲージ結合定数の統一

Type-II seesaw-like機構



制限

- 2nd ヒッグス探索
- Vector-like粒子探索
- 陽子崩壊探索

目次

1.Minimal SU(5) GUT

2.Wボソン質量異常

3.本模型

4.まとめ

Minimal SU(5) GUT

Minimal SU(5) GUT

2/25

標準模型のゲージ群 $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ を $SU(5)$ 群に埋め込んだ理論。

H. Georgi and S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. 32 (1974) 438-441

➤ ゲージ相互作用の統一

$$A_\mu = \begin{pmatrix} G_\mu - \frac{1}{\sqrt{15}} B_\mu & V_\mu^\dagger \\ V_\mu & W_\mu + \frac{3}{2\sqrt{15}} B_\mu \end{pmatrix}$$

➤ クォークとレプトンの統一

$$\bar{5} = \begin{pmatrix} d_1^c \\ d_2^c \\ d_3^c \\ e \\ -\nu \end{pmatrix}_L, \quad 10 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & u_3^c & -u_2^c & -u^1 & -d^1 \\ -u_3^c & 0 & u_1^c & -u^2 & -d^2 \\ u_2^c & -u_1^c & 0 & -u^3 & -d^3 \\ u^1 & u^2 & u^3 & 0 & e^c \\ d^1 & d^2 & d^3 & -e^c & 0 \end{pmatrix}_L$$

陽子崩壊

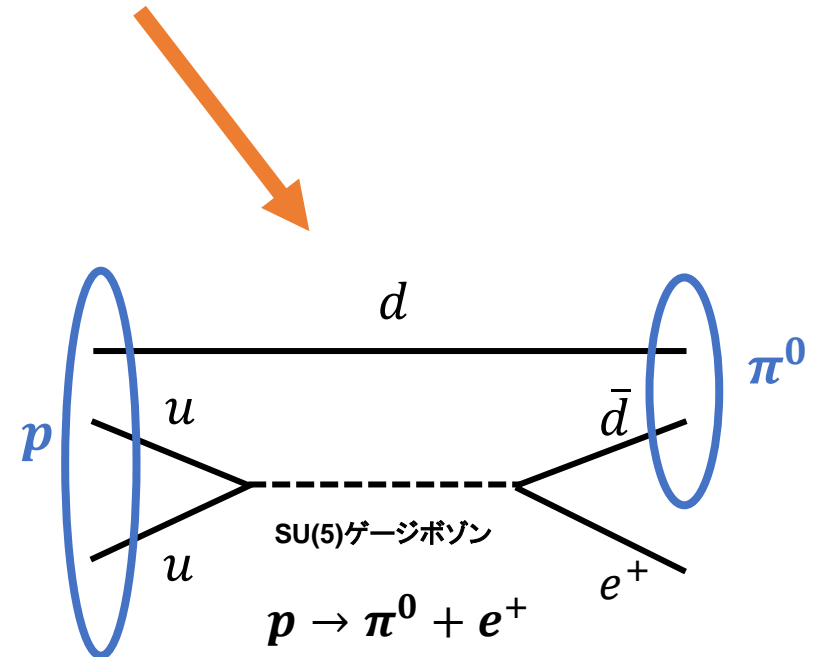
3/25

大統一理論は、標準模型では起きない陽子崩壊を预言する。

陽子崩壊探索により、大統一理論が
検証可能！！！！

現在の実験結果

スーパーカミオカンデ : $\tau_p(p \rightarrow \pi^0 e^+) \gtrsim 2.4 \times 10^{34}$ 年



模型の問題点

Minimal SU(5) GUTは、以下の問題点を抱えている。

- 現在の陽子崩壊探索の実験結果と矛盾している。

Minimal SU(5)模型 : $\tau_p(p \rightarrow \pi^0 e^+) \approx 10^{30} \sim 10^{31}$ 年

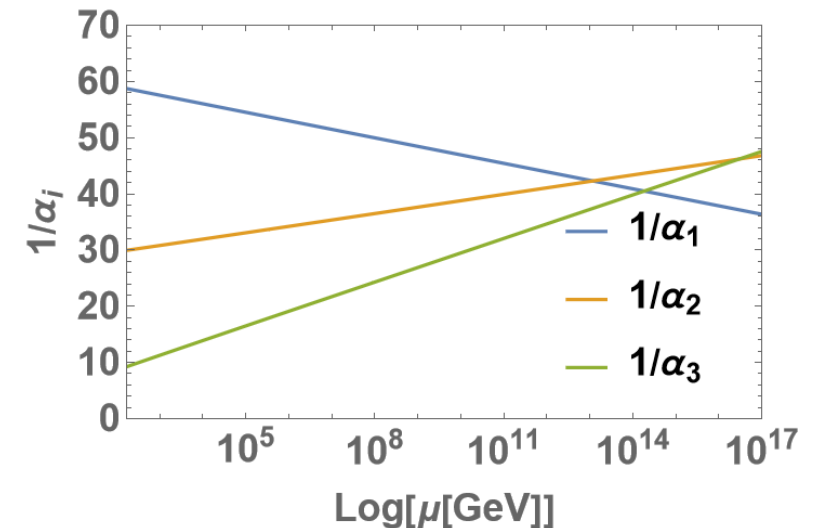
H. Georgi, H.R. Quinn, and S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **33** (1974), 451-454

現在の実験結果

スーパーカミオカンデ : $\tau_p(p \rightarrow \pi^0 e^+) \gtrsim 2.4 \times 10^{34}$ 年

A. Takenaka et al. Phys. Rev. D **102** (2020) no.11, 112011

- 3つのゲージ結合定数が完全には統一されていない。



α_1 : U(1)群のゲージ結合定数
 α_2 : SU(2)群のゲージ結合定数
 α_3 : SU(3)群のゲージ結合定数

陽子崩壊探索

近い将来、陽子崩壊の探索領域が拡大される。

- ハイパーカミオカンデ
- DUNE
- JUNO

スーパーカミオカンデ : $\tau_p(p \rightarrow \pi^0 e^+) \gtrsim 2.4 \times 10^{34}$ 年

A. Takenaka et al. Phys. Rev. D **102** (2020) no.11, 112011

拡大



ハイパーカミオカンデ : $\tau_p(p \rightarrow \pi^0 e^+) \lesssim 1.0 \times 10^{35}$ 年

HYPER-KAMIOKANDE collaboration (2019)

大統一理論が検証可能

Wボソン質量異常

Wボソン質量異常

昨年、CDF実験がWボソン質量について新しい結果を報告した。

J. de Blas, M. Pierini, L. Reina and L. Silvestrini,
Phys.Rev.Lett. **129** (2022) no.27, 271801

$$\text{SM予言値} : M_W^{\text{SM}} = 80.3500 \pm 0.0056 \text{ GeV}$$

 **6.5 σ**

$$\text{CDF実験を含めた実験値} : M_W^{\text{CDF}} = 80.4133 \pm 0.0080 \text{ GeV}$$

[CDF Collaboration], Science **376** (2022), no.6589, 170-176

新物理がWボソン質量に寄与している可能性あり。

Wボソン質量異常

24表現ヒッグスに含まれるSU(2)_L3重項スカラーに着目。

SU(5)対称性を破るスカラー

$$24_H = \begin{pmatrix} H_8 - \frac{2}{\sqrt{30}} H_0 & H_{(\bar{3},2)} \\ H_{(3,2)} & T + \frac{3}{\sqrt{30}} H_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} H_8 &\sim (8, 1, 0), & T &\sim (1, 3, 0), & H_0 &\sim (1, 1, 0), \\ H_{(3,2)} &\sim (3, 2, -5/6), & H_{(\bar{3},2)} &\sim (\bar{3}, 2, 5/6). \end{aligned}$$

実3重項スカラー

模型：SMヒッグス H + ハイパーチャージゼロの3重項スカラー T

$$H = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{2}, 1/2) \quad T = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} T^0 & \sqrt{2}T^+ \\ \sqrt{2}T^- & -T^0 \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{0})$$

$$\text{ラグランジアン} : \mathcal{L}_{scalar} \supset (D_\mu H)^\dagger (D^\mu H) + \text{Tr}(D_\mu T)^\dagger (D^\mu T) - V(H, T)$$

$$\text{共変微分} : D_\mu H = \partial_\mu H + ig_1 \frac{B_\mu}{2} + ig_2 W_\mu, \quad D_\mu T = \partial_\mu T + i g_2 [W_\mu, T]$$

R. S. Chivukula, N. D. Christensen, and E. H. Simmons,
Phys. Rev. D **77** (2008), 035001

P. Fileviez Perez, H. H. Patel and A. D. Plascencia,
Phys. Lett. B **833** (2022), 137371

実3重項スカラー

R. S. Chivukula, N. D. Christensen, and E. H. Simmons, Phys. Rev. D **77** (2008), 035001

P. Fileviez Perez, H. H. Patel and A. D. Plascencia, Phys. Lett. B **833** (2022), 137371

$$\text{ポテンシャル} : V(H, T) = -m_h^2 H^\dagger H + \lambda_0 (H^\dagger H)^2 + M_T^2 \text{Tr}[T^2] + \lambda_1 \text{Tr}[T^4] + \lambda_2 (\text{Tr}[T^2])^2 \\ + \alpha (H^\dagger H) \text{Tr}[T^2] + \beta H^\dagger T^2 H + \mu H^\dagger T H$$

各スカラー場 H, T は、それぞれ真空期待値 v_h, v_T を獲得する。

$$\text{場} : H = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ (v_h + h^0 + iG^0)/\sqrt{2} \end{pmatrix}, T = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_T + t^0 & \sqrt{2}t^+ \\ \sqrt{2}t^- & -v_T - t^0 \end{pmatrix}.$$

Wボソン質量

10/25

実3重項スカラーが真空期待値を獲得することによってWボソン質量に新しい寄与を与える。

$$M_W^2 = (M_W^{SM})^2 + g_2^2 v_T^2$$

Treeレベルでの寄与

CDF実験により報告された
Wボソン質量異常が説明可能!

$$\underline{v_T = 4.85 \text{ GeV}}$$

$v_h \gg v_T$ の極限では、混合角はとても小さくなる。 $(\theta_0 \ll 1)$

$$M_h^2 = 2\lambda_0 v_h^2, \longrightarrow \text{SM-likeヒッグス}$$

$$M_H^2 = Bv_T^2 + \frac{\mu v_h^2}{4v_T},$$

$$M_{H^\pm}^2 = \mu v_T + \frac{\mu v_h^2}{4v_T}.$$

$v_h \gg v_T$

混合角

$$\tan 2\theta_0 = \frac{4v_h v_T (-\mu + 2Av_T)}{8\lambda_0 v_h^2 v_T - 4Bv_T^3 - \mu v_h^2},$$

$$\tan 2\theta_+ = \frac{4v_h v_T}{4v_T^2 - v_h^2}.$$

$$M_H^2 = M_{H^\pm}^2 \approx \frac{\mu v_h^2}{4v_T} (= M_T^2)$$

本模型

Y. Shimizu and **ST**, Nucl. Phys. B **994** (2023), 116290,
arXiv:2303.11070 [hep-ph].

10表現のvector-likeフェルミオンを追加してminimal SU(5)模型を拡張する。

$$10_{L,R}^4 = Q(3,2,1/6) \oplus U^c(\bar{3}, 1, -2/3) \oplus E^c(1,1,1)$$

$$\bar{5}_L^i, 10_L^i, 5_H, 24_H, A_\mu$$

新粒子

Vector-likeフェルミオンの質量ラグランジアン:

$$\mathcal{L}_{VL} \supset \overline{10}_L^4 [Y_{10}^4 24_H + M_{10}^4] 10_R^4 + \text{h.c.}$$

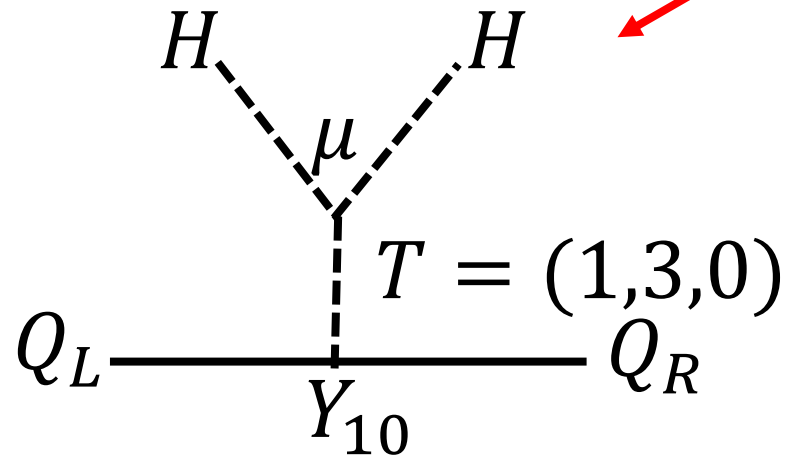
湯川相互作用

質量項

Type-II seesaw-like 機構

13/25

Vector-likeクォーク2重項は、**Type-II seesaw-like機構**を通じて質量を獲得する。
 $Q(3,2,1/6)$



ニュートリノ質量を
説明する機構

Type-II seesaw機構は、ハイパーチャージが1である
3重項スカラーを追加する。

本モデルでは、W ボソン質量異常を説明するために
実3重項スカラーは真空期待値を持つ。

$$\mathcal{L}_{VL-RT} \supset Y_{10}^4 T \bar{Q}_L^4 Q_R^4 + \text{h.c.}$$

質量固有値

Vector-likeクォーク2重項がType-II seesaw-like機構を通じてのみ質量を獲得していると仮定する。

$$M_Q^4 = M_{10}^4 - \frac{Y_{10}^4 V_{24}}{4\sqrt{15}} + Y_{10}^4 \frac{\mu v_h^2}{8M_T^2},$$

$$M_U^4 = M_{10}^4 + \frac{Y_{10}^4 V_{24}}{\sqrt{15}},$$

$$M_E^4 = M_{10}^4 - \frac{3Y_{10}^4 V_{24}}{2\sqrt{15}}.$$

$$M_{10}^4 = \frac{Y_{10}^4 V_{24}}{4\sqrt{15}} \text{ を仮定。}$$

$$M_Q^4 = Y_{10}^4 \frac{\mu v_h^2}{8M_T^2},$$

$$M_U^4 = M_E^4 = \frac{5Y_{10}^4 V_{24}}{4\sqrt{15}}.$$

R. S. Chivukula, N. D. Christensen and E. H. Simmons,
Phys. Rev. D 77 (2008), 035001

WW 散乱断面積の摂動ユニタリー性からの制限を考慮する。

$$M_H, M_{H^\pm} \lesssim \frac{2\sqrt{\pi}v_h^2}{v_T} \xrightarrow{M_H^2 = M_{H^\pm}^2 \approx \frac{\mu v_h^2}{4v_T}} \mu < \frac{16\pi v_h^2}{v_T} \approx 6.28 \times 10^2 \text{ TeV}$$

$$v_h = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} \approx 246.22 \text{ GeV}$$
$$v_T \approx 4.85 \text{ GeV}$$

$$M_Q^4 = Y_{10}^4 \frac{\mu v_h^2}{8M_T^2}$$

$$M_Q^4 \times (M_T)^2 < 4.76 \times Y_{10}^4 (\text{TeV})^3$$

- Vector-likeクォーク質量の制限： $M_Q^4 > 1660 \text{ GeV}$

A. M. Sirunyan et al. [CMS], Eur. Phys. J. C **79** (2019), 90

- 重い中性ヒッグス質量の制限： $M_H > 1400 \text{ GeV}$

G. Aad et al. [ATLAS], JHEP **06** (2021), 145

- 荷電ヒッグス質量の制限： $M_{H^\pm} > 1000 \text{ GeV}$

G. Aad et al. [ATLAS], Phys. Rev. D **102** (2020) no.3, 032004

許される質量領域

17/25

$Y_{10}^4 = 1$ を仮定する。

もし Y_{10}^4 が小さかった場合、質量の上限値が小さくなり、実験的制限と矛盾が生じてしまう。

$$M_Q^4 \times (M_T)^2 < 4.76 (\text{TeV})^3$$

$$M_Q^4 > 1660 \text{ GeV}$$

$$M_T < 1693 \text{ GeV}$$

$$M_H > 1400 \text{ GeV} \\ (M_{H^\pm} > 1000 \text{ GeV})$$

$$M_Q^4 < 2428 \text{ GeV} \\ (M_Q^4 < 4759 \text{ GeV})$$

重いヒッグスの制限 : $1660 < M_Q^4 < 2428 \text{ GeV}$, $1400 < M_T < 1693 \text{ GeV}$

荷電ヒッグスの制限 : $1660 < M_Q^4 < 4759 \text{ GeV}$, $1000 < M_T < 1693 \text{ GeV}$

1世代の場合

繰り込み群方程式に寄与する新粒子

$$24_H = \begin{pmatrix} H_8 - \frac{2}{\sqrt{30}} H_0 & H_{(\bar{3},2)} \\ H_{(3,2)} & T + \frac{3}{\sqrt{30}} H_0 \end{pmatrix}$$

$$Q^4, U^4, E^4, H_8, T$$



$Y_{10}^4 = 1$ を仮定すると、 $M_U^4 = M_E^4 = \frac{5V_{24}}{4\sqrt{15}}$ で
GUTスケールの質量となるため、寄与しない。

繰り込み群方程式に寄与してくる新粒子

$$1660 < M_Q^4 < 2428 \text{ GeV},$$

$$1400 < M_T < 1693 \text{ GeV}$$

H_8 : 実験的制限のみ

1世代の場合

10表現vector-likeフェルミオンが1世代のみの場合、

繰り込み群方程式に寄与してくる新粒子

$$1660 < M_Q^4 < 2428 \text{ GeV},$$

$$1400 < M_T < 1693 \text{ GeV}$$

H_8 : 実験的制限のみ

Type-II seesaw-like機構からくる制限を考慮した場合、
ゲージ結合定数の統一が実現されない

Type-II seesaw-like機構からくる制限を考慮しない場合、
1世代のみでゲージ結合定数の統一が実現。

J. L. Evans, T. T. Yanagida and N. Yokozaki,
Phys. Lett. B **833** (2022), 137306

繰り込み群方程式に寄与しうる新粒子

本研究では、もう1世代追加。

$$Q^4, U^4, E^4, \boxed{Q^5, U^5, E^5}, H_8, T$$

$$24_H = \begin{pmatrix} H_8 - \frac{2}{\sqrt{30}} H_0 & H_{(\bar{3},2)} \\ H_{(3,2)} & T + \frac{3}{\sqrt{30}} H_0 \end{pmatrix}$$

$Y_{10}^4 = 1$ を仮定すると、 $M_U^4 = M_E^4 = \frac{5V_{24}}{4\sqrt{15}}$ で
GUTスケールの質量となるため、寄与しない。

繰り込み群方程式に寄与してくる新粒子

$$1660 < M_Q^4 < 2428 \text{ GeV},$$

$$1400 < M_T < 1693 \text{ GeV}$$

Q^5, U^5, E^5, H_8 : 実験的制限のみ

質量の制限がない粒子について、ゲージ結合定数の統一が実現する場合の質量領域を調べた。

SM粒子の寄与は2ループまで、新粒子の寄与は1ループまで考慮して繰り込み群方程式を解く。

繰り込み群方程式に寄与してくる新粒子

$$1660 < M_Q^4 < 2428 \text{ GeV},$$

$$1400 < M_T < 1693 \text{ GeV}$$

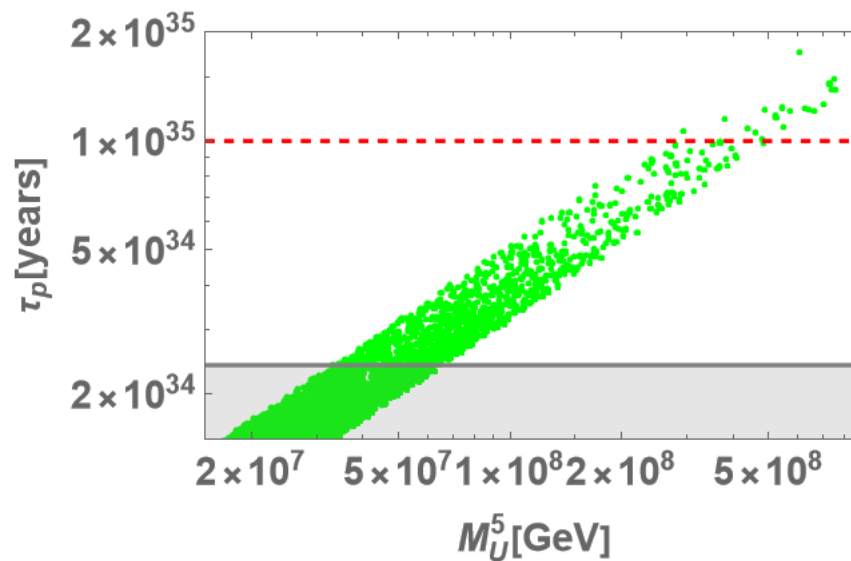
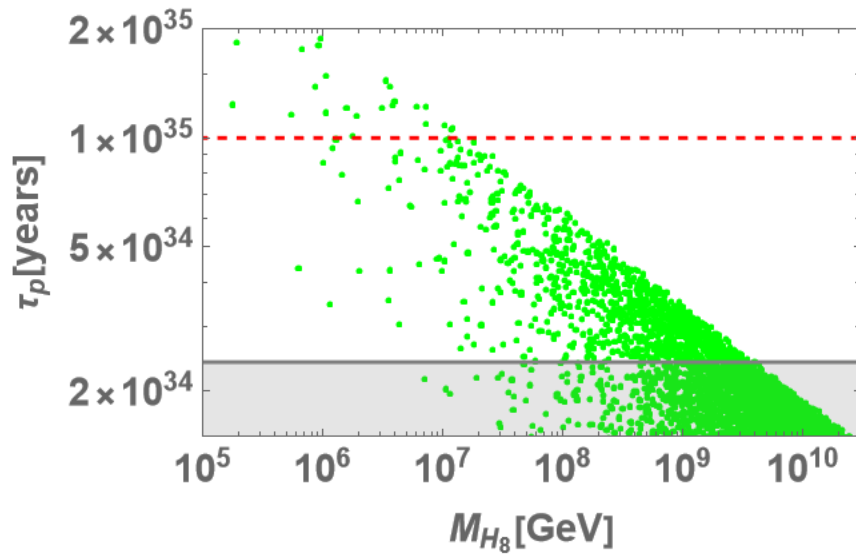
Q^5, U^5, E^5, H_8 : 実験的制限のみ

数値解析

ゲージ結合定数の統一が、
1%以内の正確さで実現可能。



M_{H_8}, M_U^5 : 中間スケール
 M_Q^5, M_E^5 : GUTスケール



赤点線：
ハイパーカミオカンデ
 $\tau_p(p \rightarrow \pi^0 e^+) < 1.0 \times 10^{35}$ years
灰色領域：
スーパーカミオカンデ
 $\tau_p(p \rightarrow \pi^0 e^+) > 2.4 \times 10^{34}$ years

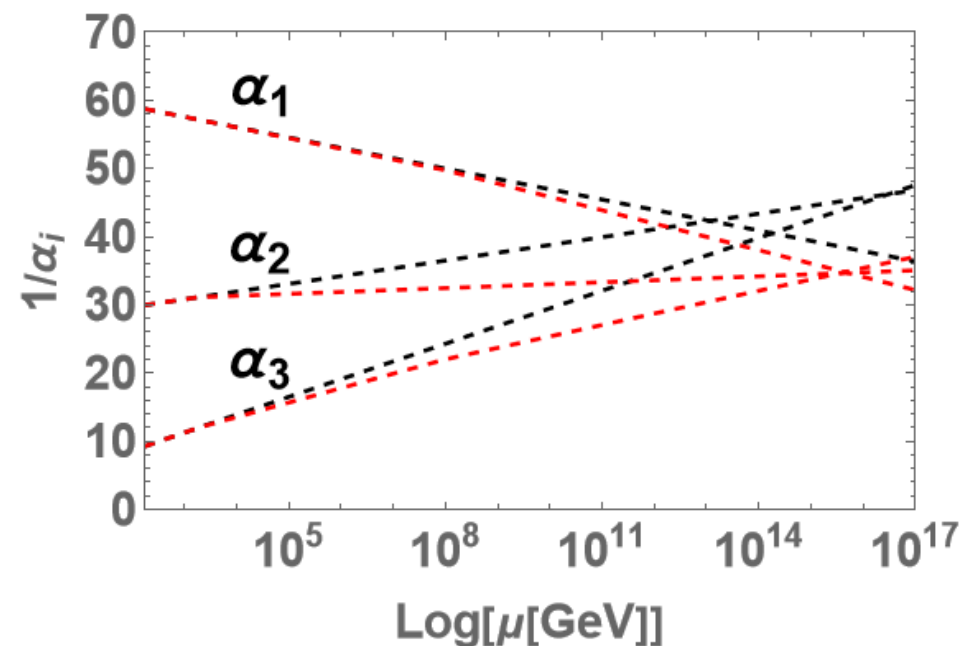
ゲージ結合定数の統一

23/25

ベンチマーク

$M_Q^4 = 2000 \text{ GeV}$, $M_T = 1500 \text{ GeV}$,
 $M_U^5 = M_{H_8} = 10^8 \text{ GeV}$,
その他の新粒子: GUTスケール

$$M_{GUT} \approx 5.1 \times 10^{15} \text{ GeV},$$
$$\alpha_{GUT} = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 \approx 1/34.7,$$
$$\tau_p(p \rightarrow \pi^0 e^+) \approx 4.12 \times 10^{34} \text{ 年}$$



黒点線: 標準模型
赤点線: 本模型

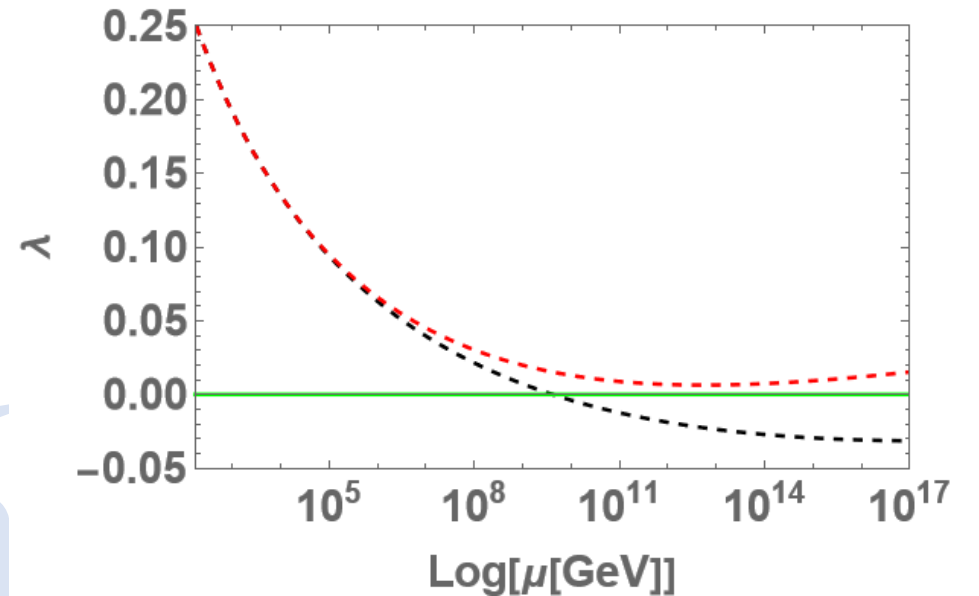
Higgs quartic couplings

24/25

ベンチマーク

$M_Q^4 = 2000 \text{ GeV}$, $M_T = 1500 \text{ GeV}$,
 $M_U^5 = M_{H_8} = 10^8 \text{ GeV}$,
その他の新粒子: GUTスケール

SMヒッグスポテンシャルは安定となる。



黒点線: 標準模型
赤点線: 本模型

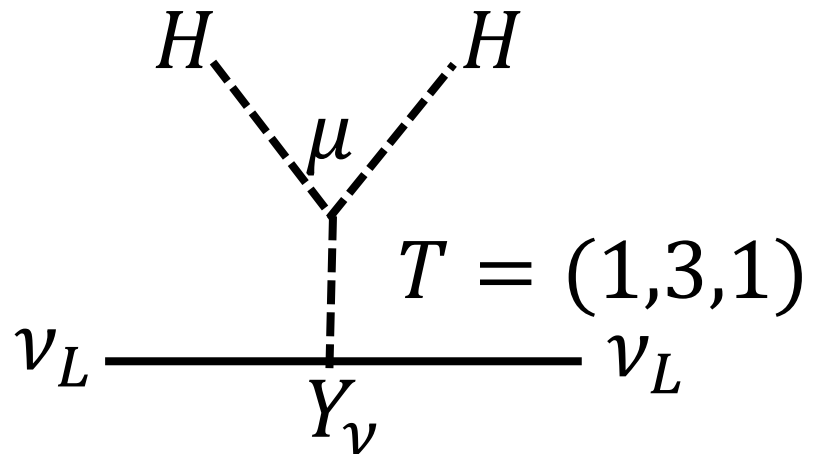
まとめ

-
- SU(5)大統一模型を用いてWボソン質量異常の説明を試みた。
 - Vector-likeクォーク2重項がType- II seesaw-like機構を通じて質量を獲得するとすると、Vector-likeクォーク2重項と実スカラー3重項の質量は強く制限される。
 - この制限の下でゲージ結合定数の統一が実現するためには10表現のvector-likeフェルミオンが2世代必要である。

Back up

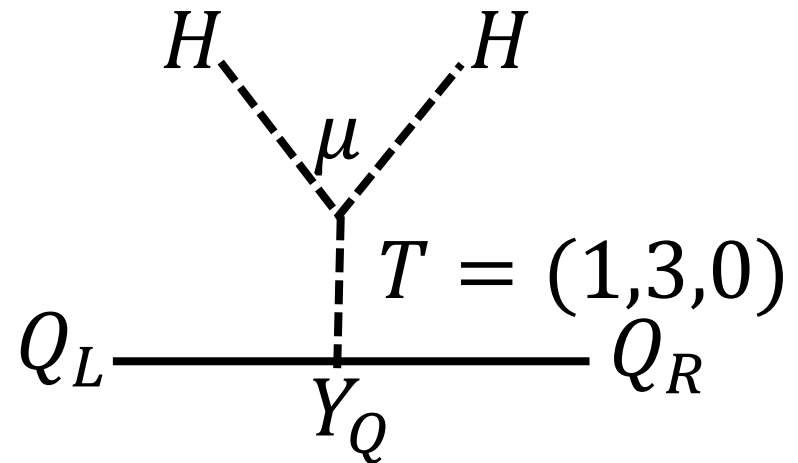
Type-II seesaw機構

• Type-II seesaw機構



$$M_\nu \approx Y_\nu \frac{\mu v_h^2}{8M_T^2}$$

• Type-II seesaw-like機構



$$M_Q \approx Y_Q \frac{\mu v_h^2}{8M_T^2}$$

The minimization conditions

The minimization conditions :

$$m_h^2 - \lambda_0 v_h^2 - \frac{A}{2} v_h^2 + \frac{\mu}{2} v_T = 0,$$
$$M_T^2 - \frac{\mu v_h^2}{4v_T} + \frac{A}{2} v_h^2 + \frac{B}{2} v_T^2 = 0. \quad (A = \alpha + \frac{\beta}{2}, B = \lambda_1 + 2\lambda_2)$$

$v_h \gg v_T$ \rightarrow

$$M_T^2 \approx \frac{\mu v_h^2}{4v_T} \left(v_T \approx \frac{\mu v_h^2}{4M_T^2} \right)$$

質量行列

- 各質量行列

$$M_0^2 = \begin{pmatrix} 2\lambda_0 v_h^2 & -\frac{\mu v_h}{2} + A v_h v_T \\ -\frac{\mu v_h}{2} + A v_h v_T & B v_T^2 + \frac{\mu v_h^2}{4 v_T} \end{pmatrix}, \quad M_{\pm}^2 = \begin{pmatrix} \mu v_T & \frac{\mu v_h^2}{2} \\ \frac{\mu v_h^2}{2} & \frac{\mu v_h^2}{4 v_T} \end{pmatrix}.$$

- 質量固有狀態

$$\begin{pmatrix} h \\ H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & \sin \theta_0 \\ -\sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h^0 \\ t^0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} H^{\pm} \\ G^{\pm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \theta_+ & \cos \theta_+ \\ \cos \theta_+ & \sin \theta_+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi^{\pm} \\ t^{\pm} \end{pmatrix}.$$

ファインマン則

P. Fileviez Perez, H. H. Patel and A. D. Plascencia,
Phys. Lett. B 833 (2022), 137371

Interaction	Feynman Rule
hff	$i(M_f/v_0)$
$H^+\bar{\nu}_i e_i$	$-i\frac{\sqrt{2}}{v_0} M_e^i \sin\theta_+ P_R$
$H^+\bar{u}d$	$-i\frac{\sqrt{2}}{v_0} \sin\theta_+ (-M_u V_{CKM} P_L + V_{CKM} M_d P_R)$
ZZh	$(2iM_Z^2/v_0)g^{\mu\nu}$
$ZW^\pm H^\mp$	$ig_2(-g_2 x_0 c_+ c_w + \frac{1}{2}g_Y v_0 s_+ s_w)g^{\mu\nu}$
W^+W^-h	$ig_2^2(\frac{1}{2}v_0)g^{\mu\nu}$
W^+W^-H	$ig_2^2(2x_0)g^{\mu\nu}$
γH^+H^-	$ie(p' - p)^\mu$
ZH^+H^-	$i(g_2 c_w - \frac{M_Z}{v_0} s_+^2)(p' - p)^\mu$
$W^\pm h H^\mp$	$\pm ig_2(\frac{1}{2}s_+)(p' - p)^\mu$
$W^\pm H H^\mp$	$\pm ig_2 c_+(p' - p)^\mu$

TABLE I: Feynman Rules in the limit when h is SM-like
($\theta_0 \rightarrow 0$)

崩壊モード

P. Fileviez Perez, H. H. Patel and A. D. Plascencia,
Phys. Lett. B 833 (2022), 137371

- ・重いヒッグス($\theta_0 \rightarrow 0$)

主な崩壊モード: $H \rightarrow WW$

- ・荷電ヒッグス($\theta_0 \rightarrow 0$)

主な崩壊モード: $H^+ \rightarrow \tau^+ \nu_\tau$

$H^+ \rightarrow t\bar{b}$

$H^+ \rightarrow W^+ Z$

$H^+ \rightarrow hW^+$

湯川結合定数

・重いヒッグスの制限： $Y_{10}^4 > 0.785$

$$1660 \text{ GeV} < M_Q^4, 1400 \text{ GeV} < M_T$$

$$M_Q^4 \times (M_T)^2 < 4.76 \times Y_{10}^4 (\text{TeV})^3$$

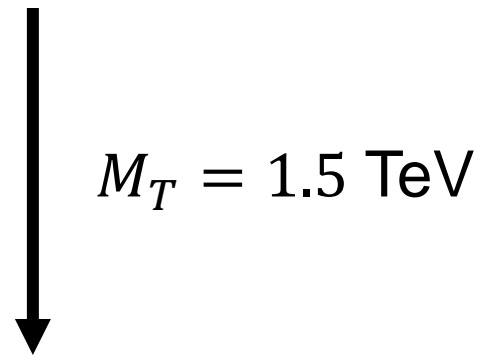
・荷電ヒッグスの制限： $Y_{10}^4 > 0.401$

$$1660 \text{ GeV} < M_Q^4, 1000 \text{ GeV} < M_T$$

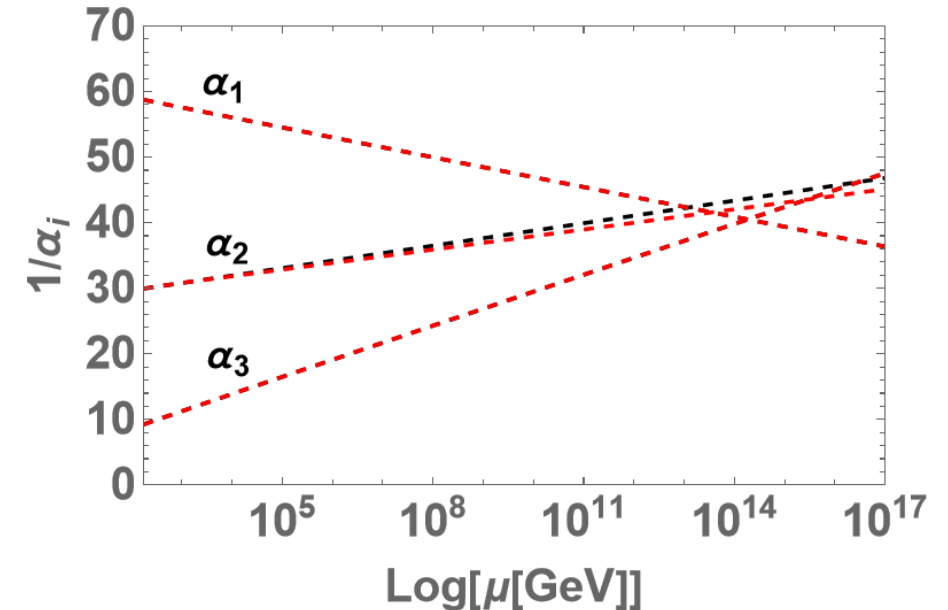
ゲージ結合定数の統一

J. L. Evans, T. T. Yanagida and N. Yokozaki,
Phys. Lett. B **833** (2022), 137306

実3重項スカラーは、 $SU(2)_L$ のゲージ結合定数のrunningのみに寄与する。



- ゲージ結合定数は、統一しない。
- 陽子崩壊の実験結果と矛盾する。



黒線：標準模型
赤線：実3重項スカラーの寄与あり

SM粒子の質量

・素粒子標準模型の湯川相互作用

$$\mathcal{L}_{SM} \supset \sum_{i,j=1}^3 Y_1^{ij} 5_H 10_L^i 10_L^j + \sum_{i,j=1}^3 Y_2^{ij} 5_H^* \bar{5}_L^i 10_L^j + \text{h.c.}$$

$$\longrightarrow \underline{m_{di} = m_{ei}}$$

繰り込み不可能な項を導入することで質量の関係性を修正する。

$$\text{Ex). } \frac{Y_u^{ij}}{\Lambda} 24_H 5_H 10_L^i 10_L^j, \quad \frac{Y_d^{ij}}{\Lambda} 24_H 5_H^* \bar{5}_L^i 10_L^j$$

統一の正確性

3つの結合定数についてそれぞれの比を考える。

$$r_{12} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}, r_{23} = \frac{\alpha_3}{\alpha_2} \text{ とした時、} 0.99 < \frac{r_{12}}{r_{23}} < 1.01 \text{ であれば統一の正確性1\%}$$
$$0.97 < \frac{r_{12}}{r_{23}} < 1.03 \text{ であれば統一の正確性3\%}$$

湯川相互作用

- 素粒子標準模型の湯川相互作用

$$\mathcal{L}_{SM} \supset \sum_{i,j=1}^3 Y_1^{ij} 5_H 10_L^i 10_L^j + \sum_{i,j=1}^3 Y_2^{ij} 5_H^* \bar{5}_L^i 10_L^j + \text{h.c.}$$

混合を禁止するため、 Z_3 対称性を課している。

- Vector-likeフェルミオンの湯川相互作用

$$\mathcal{L}_{VL} \supset \overline{10}_L^4 [Y_{10}^4 24_H + M_{10}^4] 10_R^4 + \overline{10}_L^5 [Y_{10}^5 24_H + M_{10}^5] 10_R^5 + \text{h.c.}$$

陽子崩壊

陽子崩壊のfull formula

$$\Gamma(p \rightarrow \pi_0 e_\beta^+) = \frac{\pi m_p \alpha_{GUT}^2}{2M_{GUT}^4} A^2 [|c(e, d^c) \langle \pi^0 | (ud)_R u_L | p \rangle|^2 + |c(e^c, d) \langle \pi^0 | (ud)_L u_L | p \rangle|^2]$$

$$\begin{aligned} M_{GUT}: & \text{GUT scale} \\ \alpha_{GUT}: & \text{gauge coupling at } M_{GUT} \\ m_p &= 0.938 \text{ GeV} \\ A &= A_{QCD} \times A_{AR} \approx 1.2 \times 1.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c(e, d^c) &= 1 \\ c(e^c, d) &= 1 + |V_{ud}|^2 \approx 1.95 \\ \langle \pi^0 | (ud)_R u_L | p \rangle &= -0.131(4)(13) \text{ GeV}^2 \\ \langle \pi^0 | (ud)_R u_L | p \rangle &= 0.134(5)(16) \text{ GeV}^2 \end{aligned}$$