V_{cb}とクォーク伝搬関数の複素共役極

梅枝宏之 (吉林大学)

共同研究者: Jinglong Zhu (吉林大学)

arXiv:2411.06085

Flavor physics workshop 2024

蒲郡市 2024年12月4日

内容

① イントロダクション

② Inclusive 崩壊 $B \to X_c \ell \nu$

----- 光学定理に基づく 崩壊幅の解析

----- 前方散乱テンソル

③ クォーク伝搬関数の非自明な解析性

----- Complex conjugate pole

----- inclusive 崩壊率への補正

④ 数値解析の結果

----- 荷電レプトンエネルギー分布

----- $B \to X_c \ell \nu$

----- B_d meson lifetime

⑤ まとめ

Exclusive 過程 と Inclusive 過程

Exclusive: 終状態ハドロンが特定されている

例: $B \to D\ell\nu$, $B \to D^*\ell\nu$, $B \to \pi\ell\nu$, $B \to \rho\ell\nu$, $B \to K^*\ell^+\ell^-$, etc.

理論計算: 難　ハドロン束縛状態の詳細が必要 (格子QCD, QCD sum rules, ...)

Inclusive: 終状態ハドロンを指定しない

Inclusive rate = Exclusive rate の和

クォーク・ハドロン双対性

例: $B \to X_c\ell\nu$, $B \to X_u\ell\nu$, $B \to X_s\ell^+\ell^-$, etc.

理論計算: 易　QCD 非摂動効果はoperator product expansion (OPE) によって
systematic に取り扱える

Wilson (1969)

不定性: 考慮されていない高次効果 (量子補正、$1/m_b$補正)　双対性の破れ (hard to quantify)

$B \to X_c \ell \nu$ 崩壊

理論的手法: $1/m_b$ 展開 heavy quark expansion (HQE)

$$\Gamma = \frac{G_F^2 m_b^5}{192\pi^3} |V_{cb}|^2 \left(C_0 + C_\pi \frac{\mu_\pi^2}{m_b^2} + C_G \frac{\mu_G^2}{m_b^2} + C_D \frac{\rho_D^3}{m_b^3} + C_{LS} \frac{\rho_{LS}^3}{m_b^3} + \cdots \right)$$

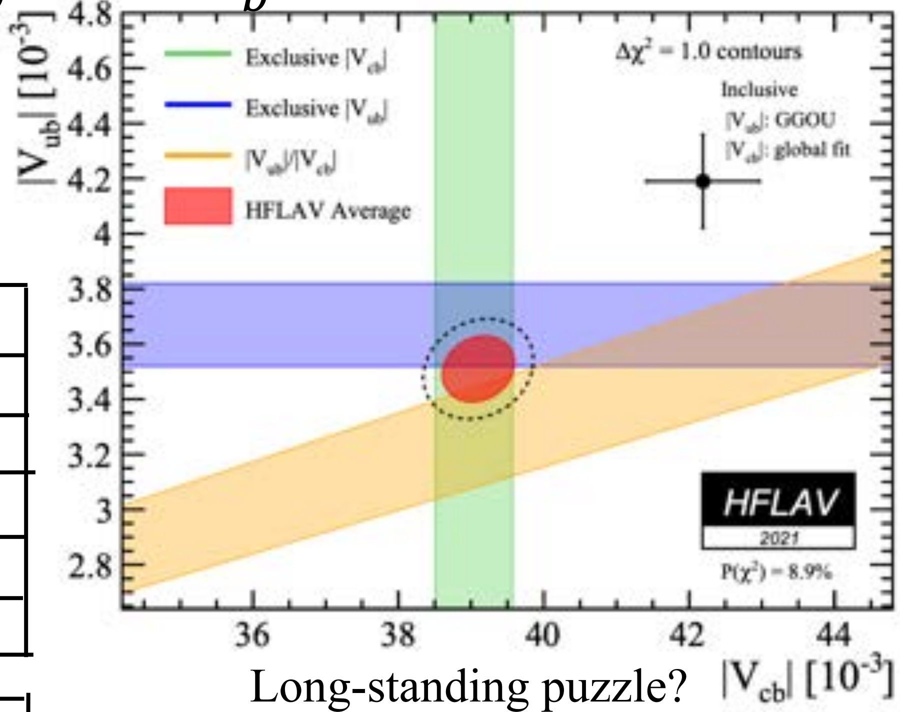
$$C_X = C_X^{LO} + \frac{\alpha_s}{\pi} C_X^{NLO} + \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 C_X^{NNLO} + \cdots$$

$X = 0, \pi, G, D, LS$

近年における$|V_{cb}|$の決定

(inclusive 論文)	$\lvert V_{cb}\rvert \times 10^3$	詳細
Bordone, Capdevia, Gambino (2021)	42.16 ± 0.51	3 loop の摂動評価
Bernlochner, et al (2021)	41.69 ± 0.63	extracted from q^2 moment
Hayashi, Sumino, Takaura (2021)	42.5 ± 1.1	$1S$ mass schemes
Hayashi, et al (2023)	$41.5^{+1.0}_{-1.2}$	$\overline{MS}$ scheme
Finauri, Gambino (2023)	41.97 ± 0.48	q^2 moment included in the global fit

(exclusive 実験論文)	$\lvert V_{cb}\rvert \times 10^3$	詳細
LHCb (2020)	$41.4 \pm 0.6 \pm 0.9 \pm 1.2$	CLN in $B_s \to D_s^{(*)} \ell \nu$
	$42.3 \pm 0.8 \pm 0.9 \pm 1.2$	BGL in $B_s \to D_s^{(*)} \ell \nu$
Belle (2023)	41.0 ± 0.7	BGL in $B \to D^* \ell \nu$, angular coefficients
BaBar (2023)	41.09 ± 1.16	BGL in $B \to D \ell \nu$

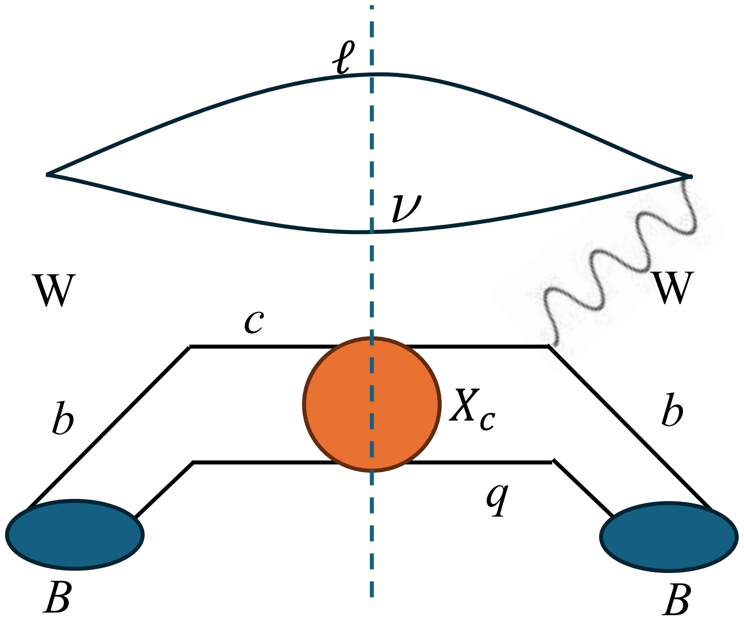


Long-standing puzzle?

新物理による説明は$Zb\bar{b}$ constraint と imcompartible Crivellin, Pokorski [1407.1320]

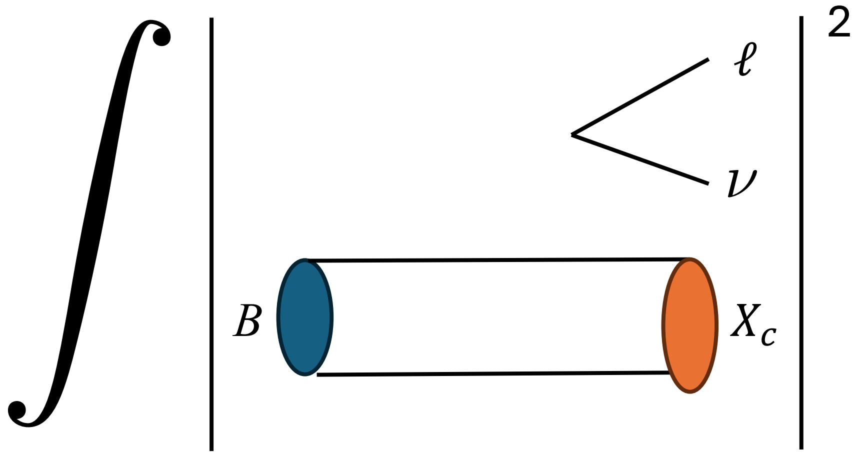
Inclusive 崩壊 $B \to X_c \ell \nu$の理論解析について

$B \to X_c \ell \nu$ 崩壊のdiagram



光学定理

$=$



dLips

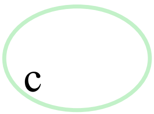
differential width:

$L_{\mu\nu}$: Leptonic tensor

$W_{\mu\nu}$: Hadronic tensor

$$W^{\mu\nu} = -\frac{1}{\pi}\,\mathrm{Im}(T^{\mu\nu})|_{B \to X_c}$$

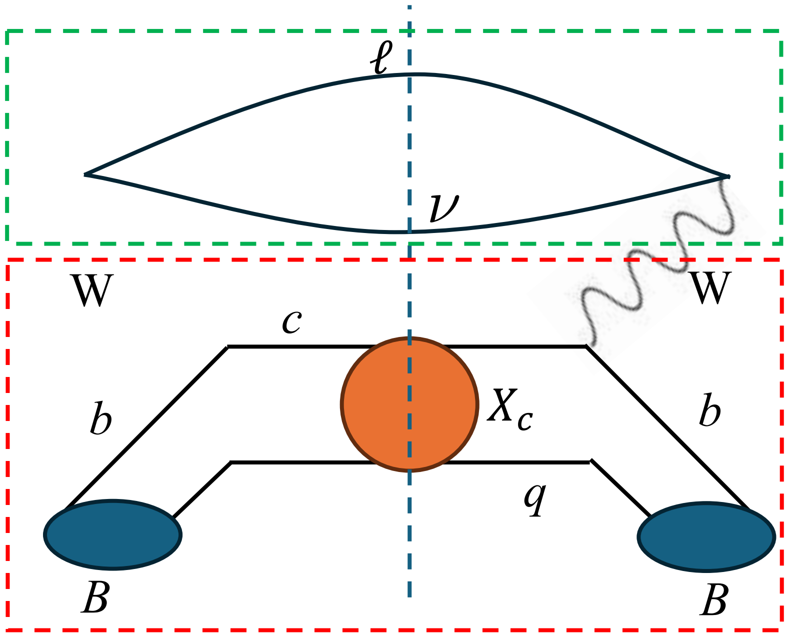
前方散乱テンソル

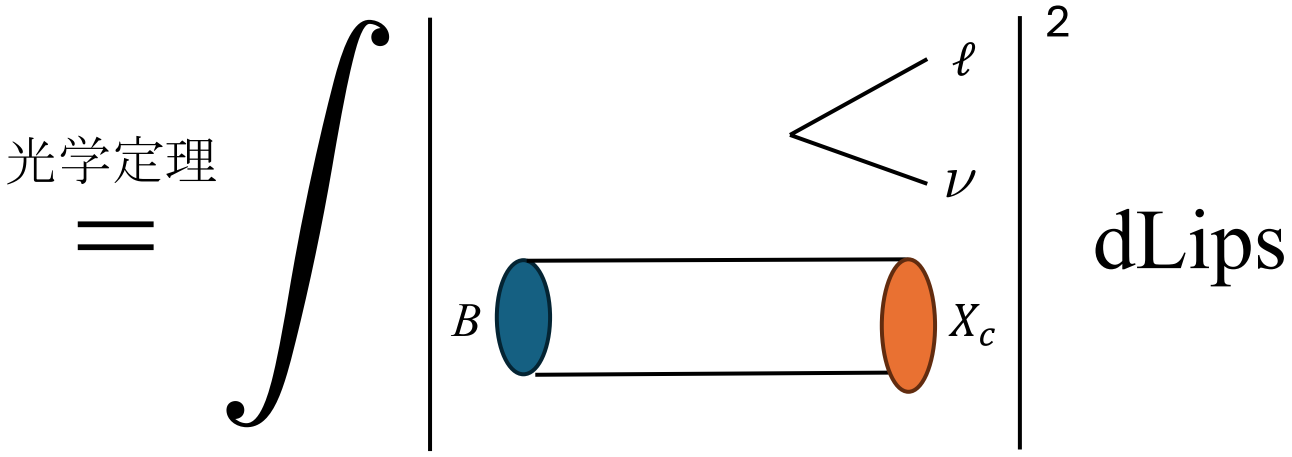


charm quark 伝搬関数

(for $B \to X_c \ell \nu$)

$B \to X_c \ell \nu$ 崩壊のdiagram





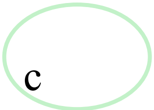
differential width:

$L_{\mu\nu}$: Leptonic tensor

$W_{\mu\nu}$: Hadronic tensor

$W^{\mu\nu} = -\frac{1}{\pi}\,\mathrm{Im}(T^{\mu\nu})|_{B \to X_c}$

前方散乱テンソル



charm quark 伝搬関数

(for $B \to X_c \ell \nu$)

differential width の評価

E_ℓ: charged lepton energy

E_ν: neutrino energy

q^2: dilepton invariant mass squared

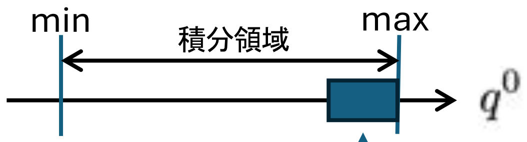
$q^0 = E_\ell + E_\nu \qquad \alpha = q^2/[2m_b(q^0 - E_\ell)]$

$$\frac{d^2\Gamma}{dE_\ell d\alpha} = -\frac{G_F^2|V_{cb}|^2}{4\pi^3}\frac{2m_b}{\pi}\,\mathrm{Im}\int_{E_\ell}^{q^0_{\max}}(q^0 - E_\ell)L_{\mu\nu}T^{\mu\nu}dq^0$$

位相空間の積分

Chay, Georgi, Grinstein (1990)
Bigi, Shifman, Uraltsev, Vainshtein (1993)
Manohar, Wise (1994)
Blok, Koyrakh, Shifman, Vainshtein (1994)

積分の評価



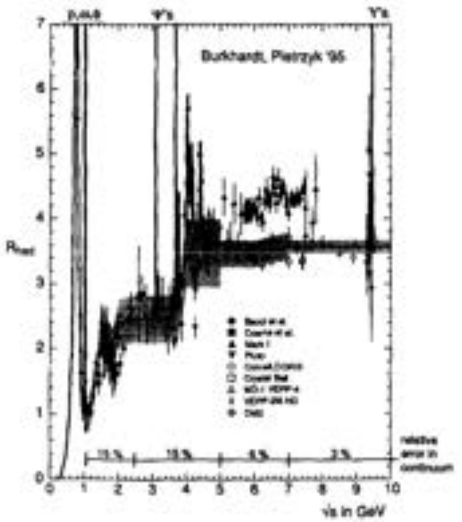
resonance region

摂動計算が困難

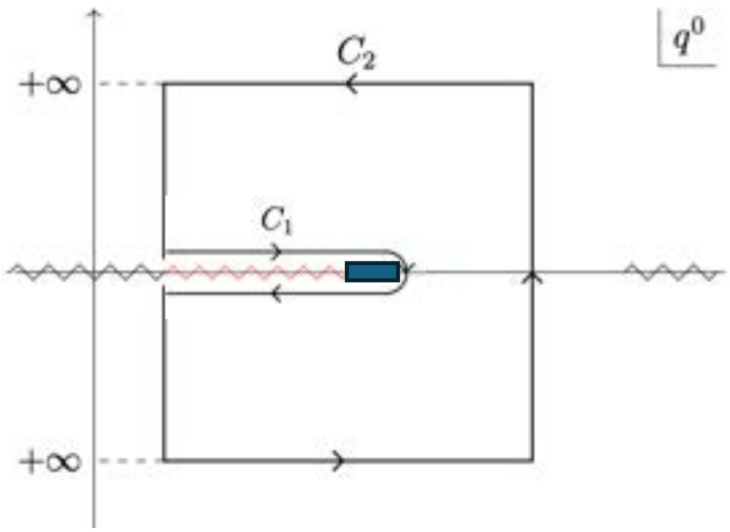
cf) R-ratio

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \to hadrons)}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)}$$

sharply peaked



先行研究による議論 (複素積分)



閉じた積分経路

↓ Cauchy's theorem

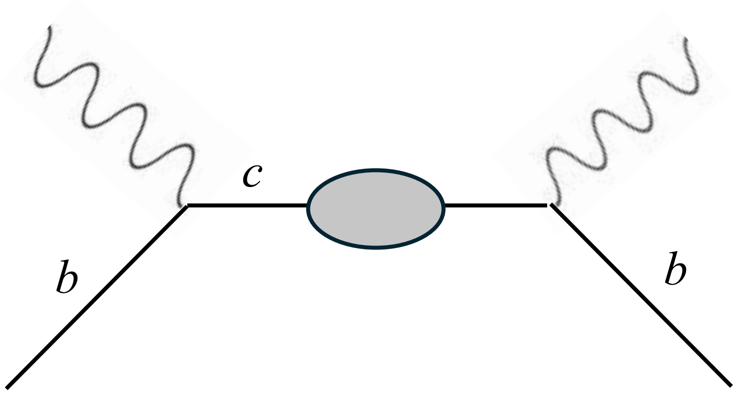
$$\oint f(q^0)dq^0 = 0$$

$$\int_{C_1} f(q^0)dq^0 = \underbrace{-\int_{C_2} f(q^0)dq^0}_{\text{摂動計算が可能}}$$

考慮されていない不定性は無いか ⇦ 本研究

クォーク伝搬関数の解析性に関する非自明な性質

クォーク伝搬関数の解析性



摂動の最低次 (量子補正によって修正される)

$$S_c(p_c) = \frac{i\not{p}_c}{p_c^2 - m_c^2 + i\epsilon} + i\not{p}_c\left(\frac{R}{p_c^2+Q} + \frac{R^*}{p_c^2+Q^*}\right) + \text{(no gamma matrix parts)}$$

Complex conjugate pole (CCP)

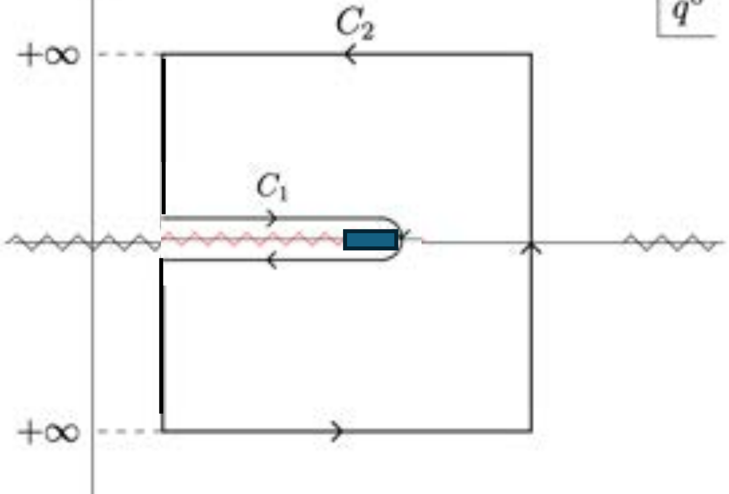
Zwanziger, Nucl. Phys. B323 (1989) 513-544

理論からの示唆

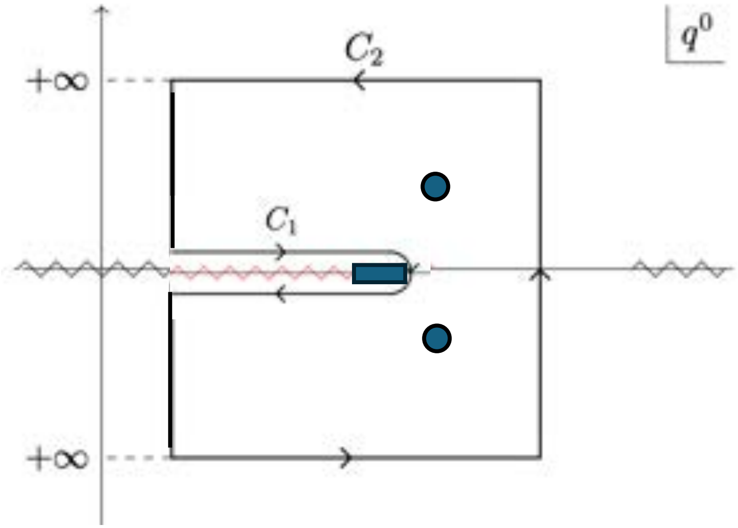
- Gribov-Zwanziger 理論: グルーオン伝搬関数にCCP
- (Massive) Yang-Mills 理論 Hayashi, Kondo [1812.03116], [2001.05987], [2103.14322], [2105.07487]
- (a variant of) Schlessinger point method: グルーオン・クォークの伝搬関数にCCP

Schlessinger Phys. Rev. 167 (1968) 5, 1411　Binosi, Tripolt [1904.08172]　Zhu, Raya, Chang [2005.04181]

従来の議論



CCPが有る場合

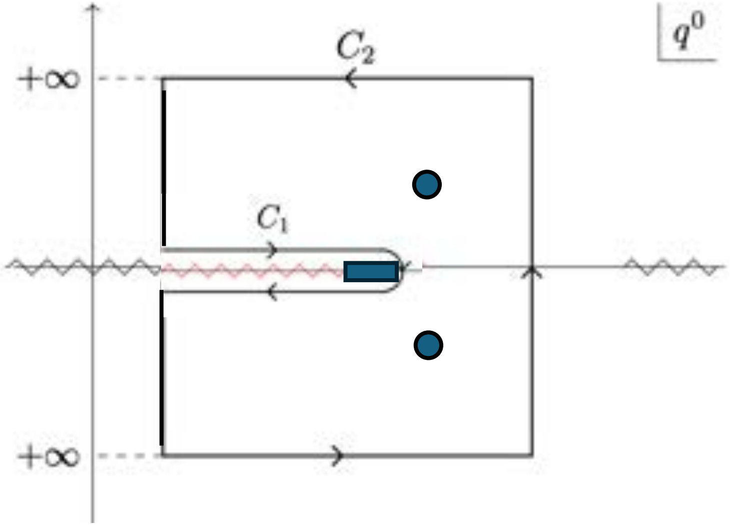


differential width の評価式

$$\frac{d^2\Gamma}{dE_\ell d\alpha} = -\frac{G_F^2|V_{cb}|^2}{4\pi^3}\frac{2m_b}{\pi}\,\mathrm{Im}\int_{E_\ell}^{q^0_{\max}}(q^0 - E_\ell)L_{\mu\nu}T^{\mu\nu}dq^0 \propto \int w(q^0)T^{\mu\nu}\,dq^0$$

$$S_c(p_c) = \underbrace{\frac{i\not{p}_c}{p_c^2 - m_c^2 + i\epsilon}}_{\tilde{S}} + i\not{p}_c\Big(\underbrace{\frac{R}{p_c^2+Q}}_{S_p} + \underbrace{\frac{R^*}{p_c^2+Q^*}}_{S_p{}'}\Big)$$

$$T^{\mu\nu} = \tilde{T}^{\mu\nu} + T_p^{\mu\nu} + T_{p'}^{\mu\nu}$$



従来の場合	$\int_{C_1+C_2} w(q^0)T^{\mu\nu}\,dq^0 = 0$
CCPが有る場合	$\int_{C_1+C_2} w(q^0)T^{\mu\nu}\,dq^0 = 2\pi i\,Res(wT_p^{\mu\nu} + wT_{p'}^{\mu\nu})$

$$\frac{d^2\Gamma}{dE_\ell d\alpha} = \frac{d^2\Gamma}{dE_\ell d\alpha}\bigg|_{\mathrm{pert}} + \frac{d^2\Gamma}{dE_\ell d\alpha}\bigg|_{\mathrm{CCPs}}$$

摂動論による評価
が可能な項

$$\frac{d^2\Gamma}{dE_\ell d\alpha}\bigg|_{\mathrm{pert}} = -\mathcal{F}(C_b, \tilde{T})$$

$$\frac{d^2\Gamma}{dE_\ell d\alpha}\bigg|_{\mathrm{CCPs}} = \mathcal{F}(C_p, T_{\mathrm{CCP}}) + \mathcal{F}(C_{p'}, T_{\mathrm{CCP'}})$$

$$\mathcal{F}(\mathcal{C}, \mathcal{T}) = \frac{G_F^2|V_{cb}|^2}{4\pi^3}\frac{m_b}{\pi}\mathrm{Im}\int_{\mathcal{C}}(q^0 - E_\ell)L_{\mu\nu}\mathcal{T}^{\mu\nu}dq^0$$

崩壊幅の理論式 $(m_b \to \infty)$

$B \to X_c \ell \nu$	$B_d^0 \to anything$
従来の結果 (摂動の最低次) $$\frac{1}{\Gamma_b}\frac{d\Gamma}{dy_\ell} = 2y_\ell[3x_\ell^2 y_\ell(2-y_\ell) + x_\ell^3(y_\ell^2 - 3y_\ell)]$$ $$x_\ell = 1 - \frac{m_c^2/m_b^2}{1-y_\ell}$$ Manohar, Wise (1994)	**従来の結果** $q' = d, s$ $$\frac{d\Gamma^{b\to c\bar{u}q'}}{dy_{q'}} = \lvert V_{uq'}\rvert^2 \tilde{C} \left.\frac{d\Gamma^{b\to c\ell\bar{\nu}}}{dy_\ell}\right\vert_{y_\ell \to y_{q'}}$$ $b \to c\bar{c}q'$ も同様 ただし、$\bar{c}$ の質量を考慮 $$\tilde{C} = N_c C_1^2 + N_c C_2^2 + 2C_1 C_2$$ C_1, C_2 : Wilson 係数
CCP の寄与 本研究 $$\frac{1}{\Gamma_b}\frac{d\Gamma}{dy_\ell} = -4\mathrm{Re}R\, y_\ell[3\tilde{x}_\ell^2 y_\ell(2-y_\ell) + \tilde{x}_\ell^3(y_\ell^2 - 3y_\ell)]$$ $$\tilde{x}_\ell = 1 + \frac{Q/m_b^2}{1-y_\ell}$$ 置き換え $m_c^2 \to -Q$ overall $\to -2ReR(\dots)$	**CCP の寄与** 本研究 $$\frac{d\Gamma^{b\to c\bar{u}q'}}{dy_{q'}} = -2\mathrm{Re}R \left.\frac{d\Gamma^{b\to c\bar{u}q'}}{dy_{q'}}\right\vert^{上式}_{x_\ell \to \tilde{x}_\ell}$$ 左の場合と同様の置き換えにより得られる
観測量 $$\lvert V_{cb}\rvert = \frac{\lvert V_{cb}^{\mathrm{OPE}}\rvert}{\sqrt{1+\frac{\tilde{\Gamma}^{\mathrm{CCPs}}}{\tilde{\Gamma}^{\mathrm{OPE}}}}}$$ $\lvert V_{cb}^{\mathrm{OPE}}\rvert$ 先行研究のinclusive Vcb $\tilde{\Gamma}^{\mathrm{CCPs}} = \Gamma^{\mathrm{CCPs}}/\lvert V_{cb}\rvert^2$ $\tilde{\Gamma}^{\mathrm{OPE}} \simeq G_F^2 (m_b^{\mathrm{kin}})^5/192\pi^3$ ただし、上式は積分した崩壊幅に対応する. cf) 新物理による議論 Crivellin, Pokorski (2014)	**観測量** 全崩壊幅 $\Gamma = \sum_{flavors}(\Gamma[semi-leptonic] + \Gamma[non-leptonic])$ 寿命 $\tau \propto (\Gamma_{OPE} + \Gamma_{CCPs})^{-1}$

$\Gamma_b = G_F^2 m_b^5 \lvert V_{cb}\rvert^2/192\pi^3$ (normalization of width)

$y_\ell = 2E_\ell/m_b$ (dimensionless charged lepton energy)

数値解析の
結果

$\Gamma_b = G_F^2 m_b^5 |V_{cb}|^2/192\pi^3$

$y_\ell = 2E_\ell/m_b$

結果: 荷電レプトンエネルギー分布

charm クォーク伝搬関数 (CCP の部分のみ)

$$S_{CCPs}(p_c) = i\not{p}_c\left(\frac{R}{p_c^2+Q}+\frac{R^*}{p_c^2+Q^*}\right)$$

インプットパラメータ

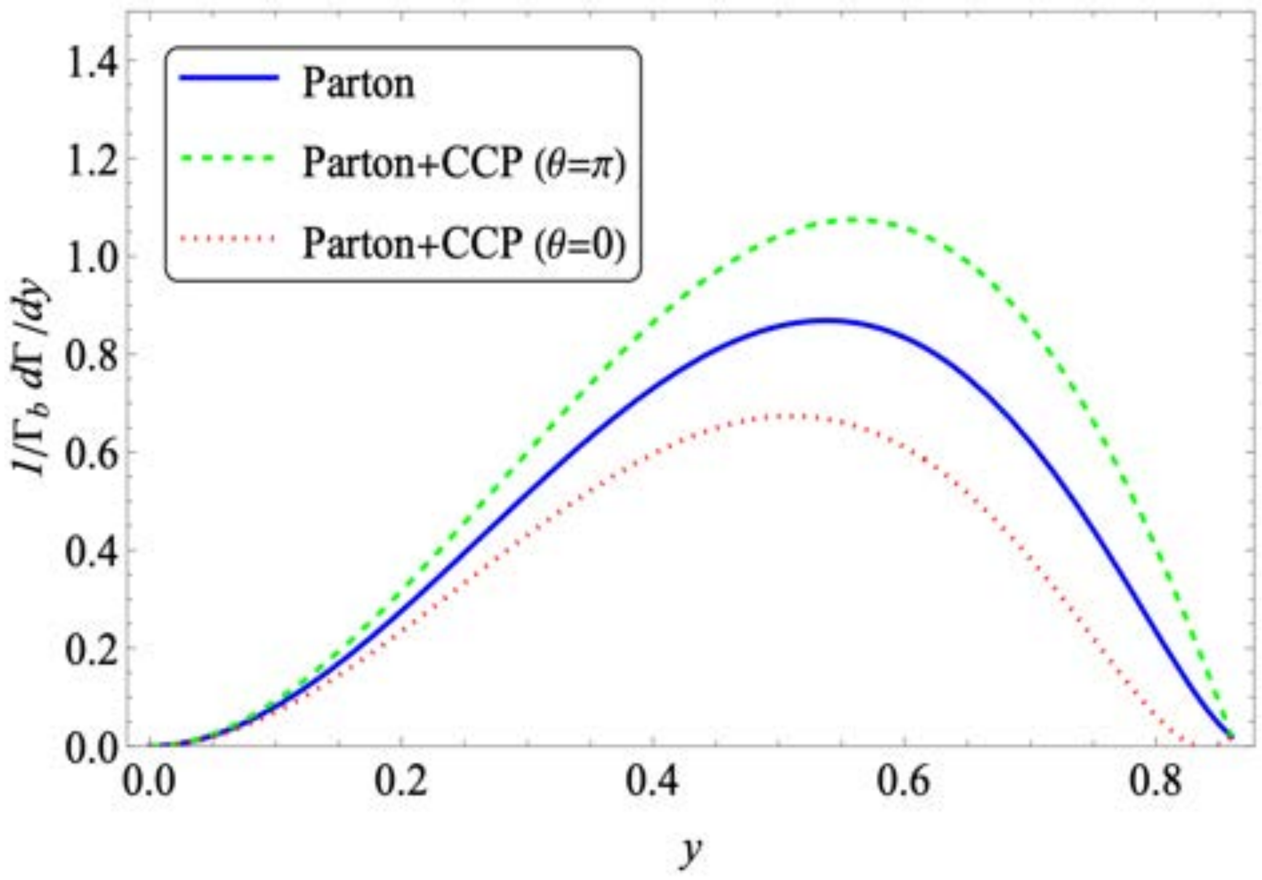
極の位置: $Q = (-2.3 + 1.1i)\ \mathrm{GeV}^2$

Zhu, Raya and Chang [2005.04181]

留数の絶対値: $|R| = 0.115$

ただし、$R = |R|e^{i\theta}$

$m_b = 4.78GeV,\ m_c = 1.67GeV$ PDG pole mass



◉ $\theta \approx \pi$ (もしくは 0) の場合、従来の寄与に対して正 (負)の寄与を与える.

結果: $|V_{cb}|$

charm クォーク伝搬関数 (CCP の部分のみ)

$$S_{CCPs}(p_c) = i\not{p}_c\left(\frac{R}{p_c^2+Q}+\frac{R^*}{p_c^2+Q^*}\right)$$

インプットパラメータ

極の位置: $Q = (-2.3 + 1.1i)\ \mathrm{GeV}^2$

Zhu, Raya and Chang [2005.04181]

留数の絶対値: $|R| = 0.115$

ただし、$R = |R|e^{i\theta}$

偏角は$-\pi < \theta \le \pi$ の範囲で scan する

従来のInclusive $|V_{cb}^{OPE}|$

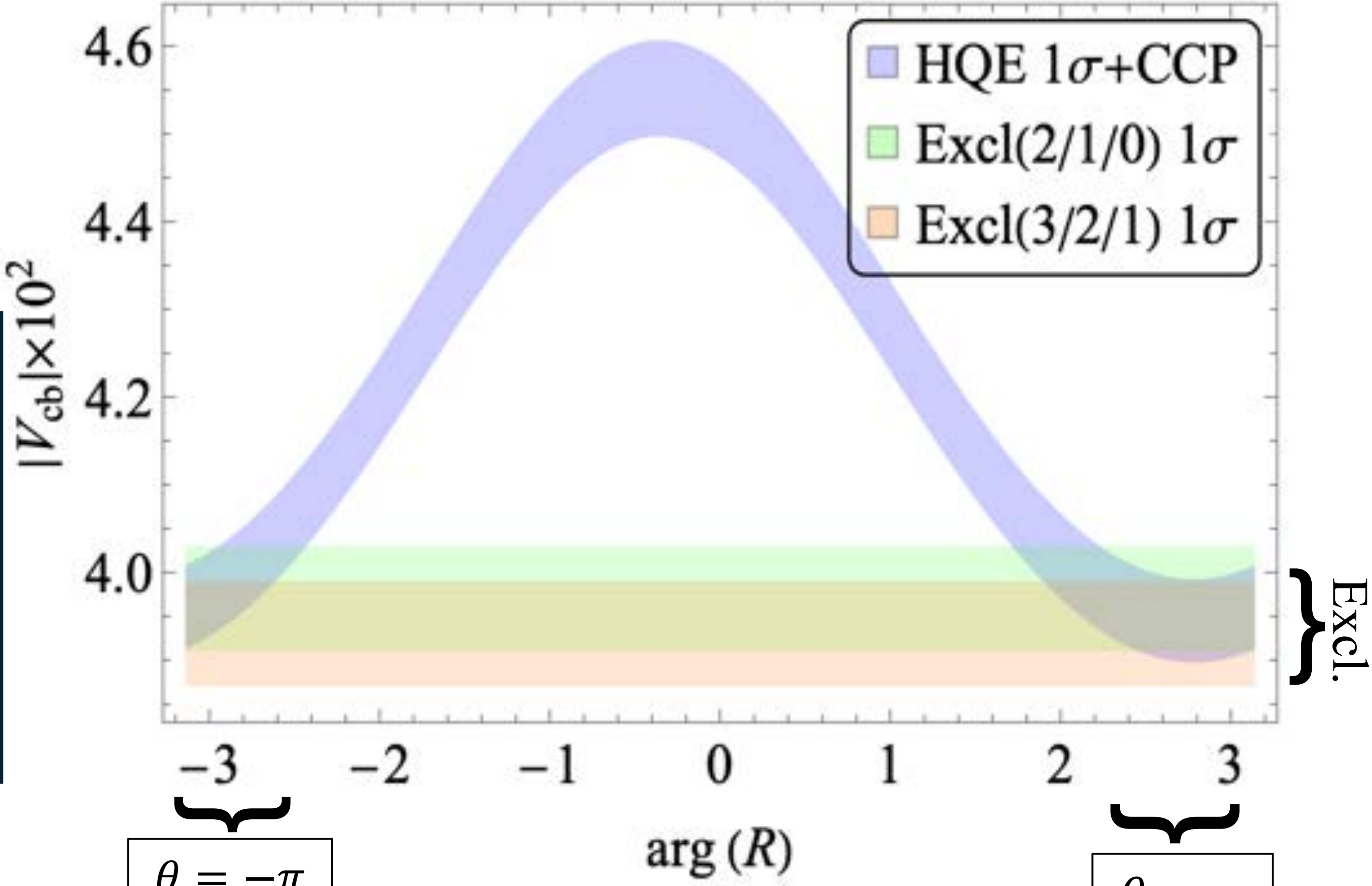
$$|V_{cb}| = \frac{|V_{cb}^{\mathrm{OPE}}|}{\sqrt{1+\frac{\tilde{\Gamma}^{\mathrm{CCPs}}}{\tilde{\Gamma}^{\mathrm{OPE}}}}}$$

$|V_{cb}^{OPE}| = 42.16(51)\times10^{-3}$

$m_b^{kin} = 4.573(12)\ GeV$

Bordone, Capdevia, Gambino [2107.00604]

青=inclusive



$\theta = -\pi$

$\theta = \pi$

Exclusive $|V_{cb}|$

BGL parametrization (1995) CLN parametrization (1998)

HQET に基づく parametrization Jung and Straub, [1801.01112]

Iguro and Watanabe [2004.10208]

解析性を仮定していない

✓plotted above

◉ $\theta \approx \pm\pi$ とした場合、 inclusive が exclusive と 1σの範囲内で一致

結果: B_d^0 lifetime

charm クォーク伝搬関数 (CCP の部分のみ)

$$S_{CCPs}(p_c) = i\not{p}_c\left(\frac{R}{p_c^2+Q} + \frac{R^*}{p_c^2+Q^*}\right)$$

インプットパラメータ

極の位置: $Q = (-2.3 + 1.1i)\ \mathrm{GeV}^2$

Zhu, Raya and Chang [2005.04181]

留数の絶対値: $|R| = 0.115$

ただし、$R = |R|e^{i\theta}$

偏角は$-\pi < \theta \leq \pi$ の範囲で scan する

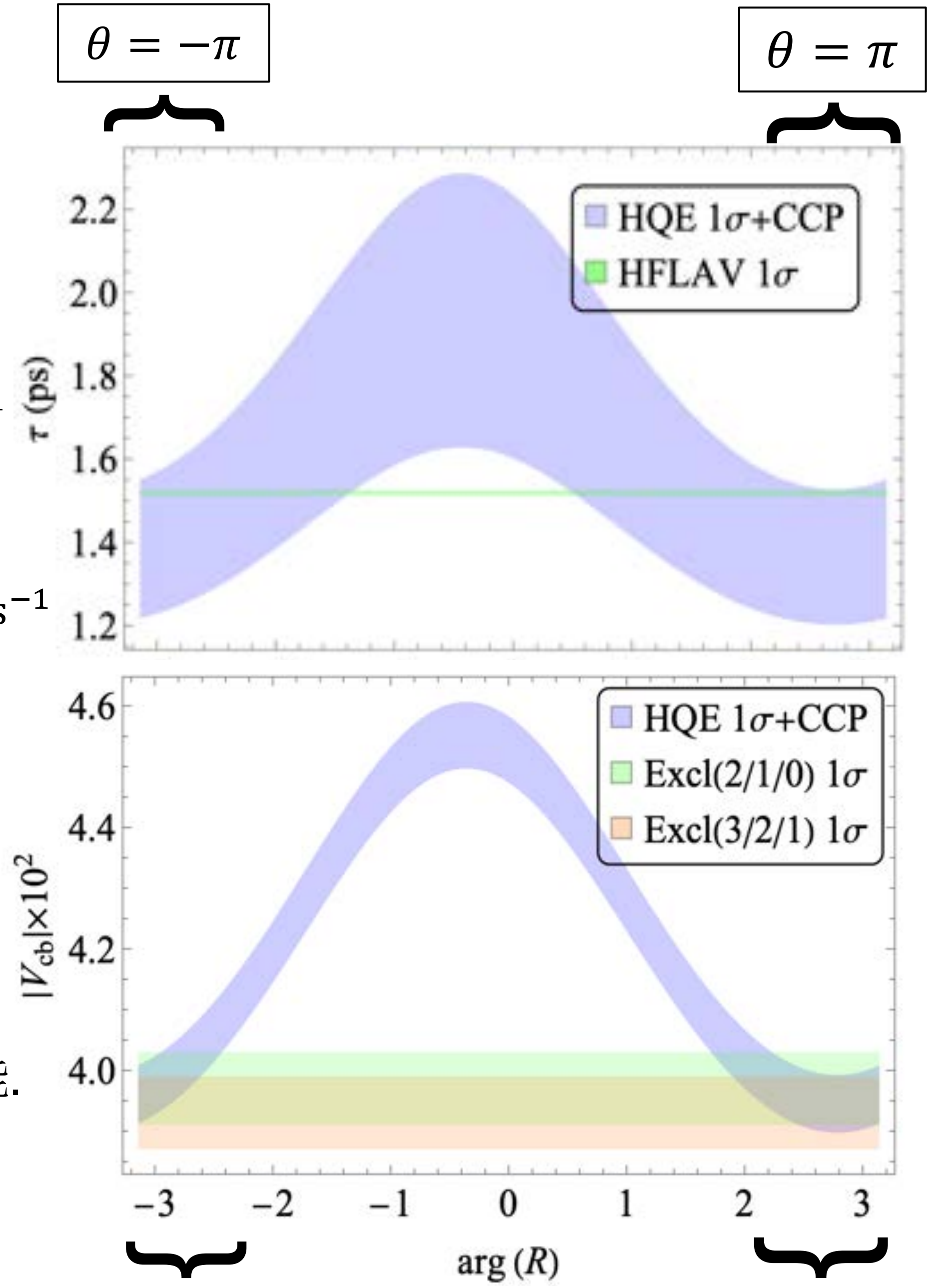
lifetime の プロット

$$\tau = (\Gamma_{OPE} + \Gamma_{CCPs})^{-1}$$

$$\Gamma_{OPE} = (0.615^{+0.108}_{-0.069})\ \mathrm{ps}^{-1}$$

Lenz, Piscopo, Rusov [2208.02643]

$|V_{cb}|$ の プロット (比較の為)



◉ $\theta \approx \pm\pi$ の場合、$|V_{cb}|$とτ_{B_d}を1σの範囲内で同時に説明することが可能.

→ V_{cb} puzzle を説明できるCCPパラメータ領域が存在することを確認.

まとめ

◉ クォーク伝搬関数の解析性に関する性質には
非自明な点があり、CCP の存在が示唆されている。

◉ CCPの存在下では積分経路の deformation に伴い、
従来の(解析接続に基づく) inclusive 崩壊率が修正される。

注: 慣習的に積分経路が複素平面上で遠方の定義されている為。
(物理的な)レプトンエネルギー積分領域の場合、CCPによる修正を受けない。ただしこれは摂動論で評価できない。

◉ $B \to X_c \ell \nu$ と B_d^0 の全崩壊幅の解析を行いCCP存在下での
$|V_{cb}|$とB_d^0のlifetimeを数値的に議論した。

◉ 結果として、V_{cb} と$\tau(B_d)$を1σの範囲で同時説明できるcharm quark CCPの
パラメータ(極の位置及び留数)領域が存在することが分かった。

Backup

CCP 先行研究の結果

Zhu, Raya, Chang [2005.04181]　　1 pair of CCPs

Rainbow-ladder truncation

Beyond rainbow-ladder

Flavor	q	$R\ [\sigma_v]$	$R\ [\sigma_s]$
u/d	$-0.302 \pm 0.364i$	$0.586 \mp 0.542i$	$-0.013 \mp 0.480i$
s	$-0.646 \pm 0.660i$	$0.702 \mp 0.311i$	$0.060 \mp 0.719i$
c	$-2.325 \pm 1.145i$	$0.577 \mp 0.712i$	$1.098 \mp 0.157i$
b	$-32.942 \pm 4.260i$	$0.674 \pm 0.498i$	$5.110 \mp 3.287i$
u/d	$-0.175 \pm 0.210i$	$0.231 \mp 0.685i$	$0.001 \mp 0.390i$

Dorkin, Kaptari, Hilger, Kampfer [1312.2721]　　multiple pairs of CCPs

u, d quarks	1	2	3	4
pole position	(-0.2588, $\pm$ 0.19618)	(-0.2418, $\pm$ 2.597)	(-1.0415,$\pm$ 2.8535)	(-0.738,0.0)
res[σ_s]	(-0.016, $\mp$ 0.511)	(0.04,$\pm$ 0.10)	(-0.05, $\mp$ 0.076)	(0.069,0.0)
res[σ_v]	(0.259, $\mp$ 0.859)	(0.0234,$\mp$ 0.063)	(0.0014, $\mp$ 0.052)	(-0.080,0.0)
s quarks	1	2	3	4
pole position	(-0.436, $\pm$ 0.513)	(-0.51,$\pm$ 3.35)	(-1.45, $\pm$ 3.82)	(-3.25,0.0)
res[σ_s]	(0.009, $\mp$ 0.49)	(0.06, $\pm$ 0.10)	(-0.056,$\mp$ 0.08)	(0.007,0.0)
res[σ_v]	(0.26, $\mp$ 0.54)	(0.013, $\mp$ 0.06)	(-0.0005,$\mp$ -0.048)	(0.004 ,0.0)

Beauty hadron の寿命

Lenz, Piscopo, Rusov [2208.02643]

Observable	HQE Scenario A	HQE Scenario B	Exp. value
$\Gamma(B^+)[\mathrm{ps}^{-1}]$	$0.563^{+0.106}_{-0.065}$	$0.576^{+0.107}_{-0.067}$	0.6105 ± 0.0015
$\Gamma(B_d)[\mathrm{ps}^{-1}]$	$0.615^{+0.108}_{-0.069}$	$0.627^{+0.110}_{-0.070}$	0.6583 ± 0.0017
$\Gamma(B_s)[\mathrm{ps}^{-1}]$	$0.597^{+0.109}_{-0.069}$	$0.625^{+0.110}_{-0.071}$	0.6596 ± 0.0026
$\tau(B^+)/\tau(B_d)$	$1.0855^{+0.0232}_{-0.0219}$	$1.0851^{+0.0230}_{-0.0217}$	1.076 ± 0.004
$\tau(B_s)/\tau(B_d)$	$1.0279^{+0.0113}_{-0.0113}$	$1.0032^{+0.0063}_{-0.0063}$	0.998 ± 0.005

◉ 実験データは理論値より高精度である。

◉ 理論誤差の範囲内で、実験値との良い一致が見られる。
クォーク・ハドロン双対性の破れは(少なくとも)小さい。