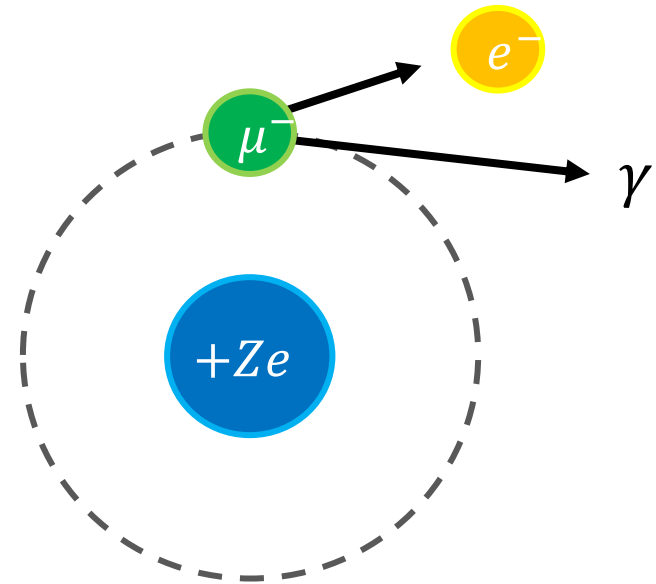


原子軌道上での $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$ 崩壊

YU, M. Yamanaka, & Y. Kuno, arXiv:2411.10304

目次

1. 光子を出しつつ
レプトンフレーバーを破る新物理
(8 slides)
2. ミューオン原子中の $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$
(5 slides)
3. 背景事象との比較
(4 slides)
4. まとめ
(1 slide)



上坂 優一
獨協医科大学

レプトンフレーバー非保存過程

レプトンフレーバー数 3種：電子数(L_e), ミュー数(L_μ), タウ数(L_τ)

cf. レプトン数: $L = L_e + L_\mu + L_\tau$

➤ 前後でレプトンフレーバー数 のいずれかが保存しない過程 = LFV 過程

⇒ 荷電レプトンにおける LFV = CLFV

• 標準模型 (SM) の枠組みでレプトンフレーバーは 保存量

allowed

$$\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$$

forbidden (CLFV)

$$\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$$

• 多くの “SMを超える模型” が CLFV を予言

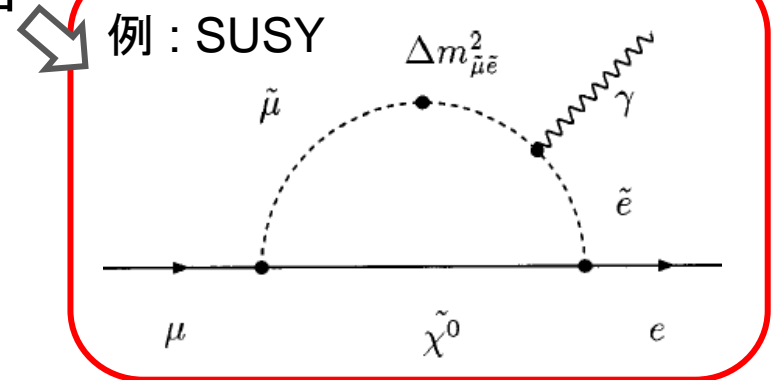
すでにニュートリノ振動でLFVは観測されている

→ LFが厳密に保存する理論を作る動機はない

• ニュートリノ混合の寄与は小

予想される崩壊分岐比

$$\text{Br}(\mu \rightarrow e \gamma) < 10^{-54}$$



➤ “世代” の発見以降 多くのCLFV探索が行われてきた (いずれも未発見)

ミューオンを用いた主なCLFV探索

自由ミューオン

- 大量に生成可能 ($\sim 10^8$ /s)
- 長寿命 ($2.2 \mu\text{s}$)

1) $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ (BR: 崩壊分岐比)

$BR < 3.1 \times 10^{-13}$ by MEG & MEG II
Eur. Phys. J. C 84 (2024) 216.

2) $\mu^+ \rightarrow e^+ e^- e^+$

$BR < 1.0 \times 10^{-12}$ by SINDRUM
Nucl. Phys. B 299 (1988) 1.

ミューオン原子

3) $\mu^- N \rightarrow e^- N$

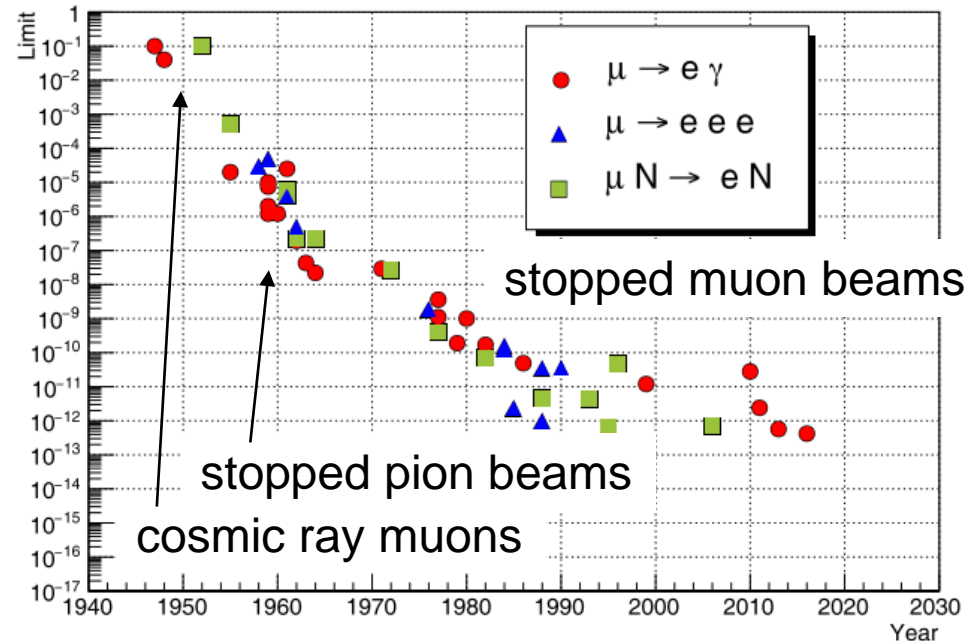
$BR < 7 \times 10^{-13}$ by SINDRUM II
Eur. Phys. J. C 47 (2006) 337.

ミューオニウム

4) $\mu^+ e^- \rightarrow \mu^- e^+$

$P < 8.3 \times 10^{-11}$ by MACS
(磁場 0.1 T) Phys. Rev. Lett. 82, 49 (1999).

探索の歴史



L. Calibbi & G. Signorelli, Riv. Nuovo Cim. 41, no. 2, 1 (2018).

➤ 過程によって得意な新物理が異なる → 様々な過程を調べることが重要

光子を含むCLFV有効相互作用

➤ 有効相互作用ラグランジアン

✓ 低エネルギーの相互作用はSMの場だけで書けると仮定する。

✓ U(1)ゲージ不変性を仮定し 光子場 A^α は

$$F^{\alpha\beta} = \partial^\alpha A^\beta - \partial^\beta A^\alpha \text{ の形でのみ相互作用に含まれるとする。}$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}_{\text{eff}} = \mathcal{L}_D + \mathcal{L}_{FF} + \dots$$

• Dipole演算子 (dim-5)

$$\mathcal{L}_D = -\frac{m_\mu}{v^2} \{ [\bar{e} \sigma_{\alpha\beta} (D_L P_L + D_R P_R) \mu] F^{\alpha\beta} + \text{H. c.} \}$$

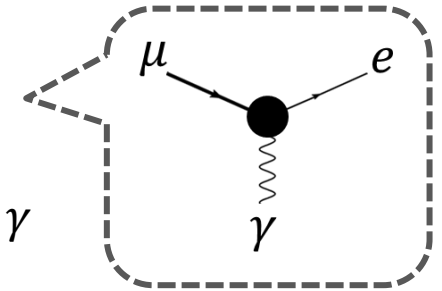
• Diphoton演算子 (dim-7)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{FF} = & -\frac{1}{v^3} \{ [\bar{e} (C_L P_L + C_R P_R) \mu] F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \\ & + [\bar{e} i \gamma_5 (\tilde{C}_L P_L + \tilde{C}_R P_R) \mu] F_{\alpha\beta} \tilde{F}^{\alpha\beta} + \text{H. c.} \} \end{aligned}$$

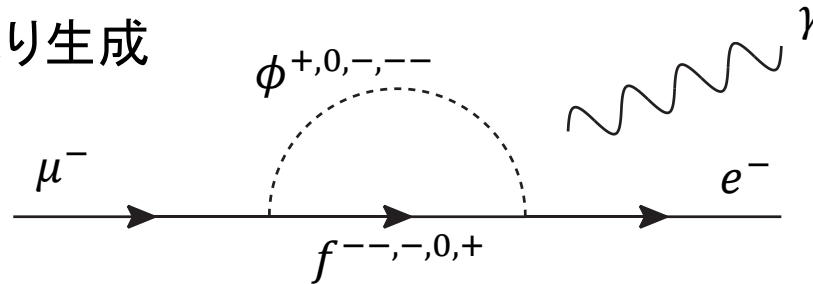
Dipole演算子

$$F^{\alpha\beta} = \partial^\alpha A^\beta - \partial^\beta A^\alpha$$

$$\mathcal{L}_D = \frac{m_\mu}{v^2} \{ [\bar{e} \sigma_{\alpha\beta} (D_L P_L + D_R P_R) \mu] F^{\alpha\beta} + \text{H. c.} \}$$

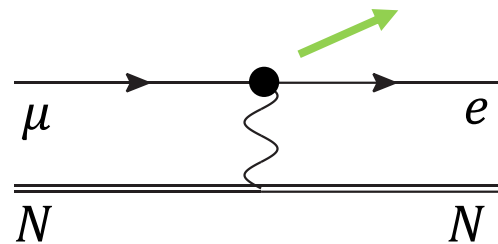
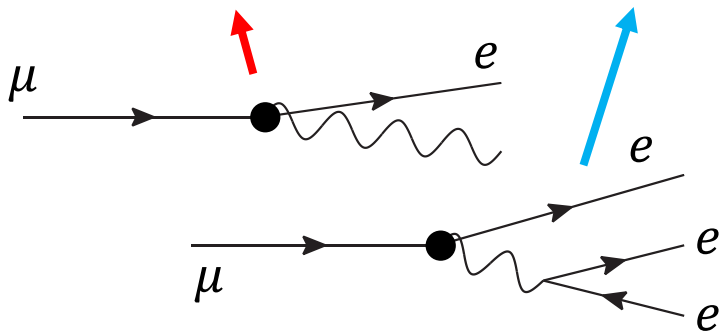


- 様々な模型で loop により生成



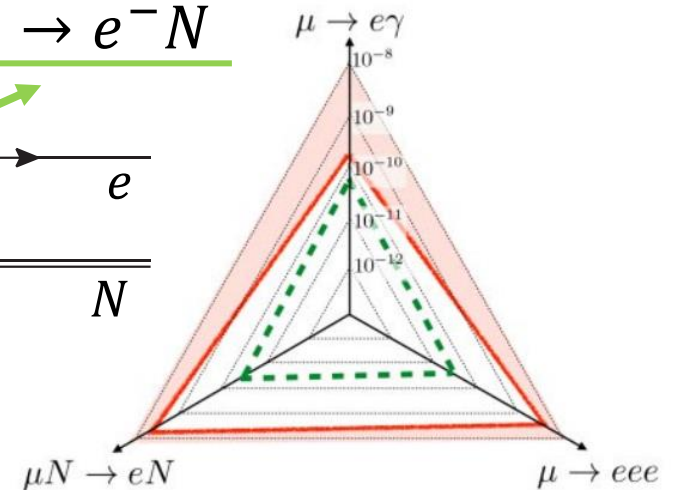
- 様々なCLFV過程に寄与

1) $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ 2) $\mu^+ \rightarrow e^+ e^- e^+$ 3) $\mu^- N \rightarrow e^- N$



— $C_{e\gamma}^{\mu e}$ from present limits

— $C_{e\gamma}^{\mu e}$ from future experiments



- 現状は $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ が最も強く制限

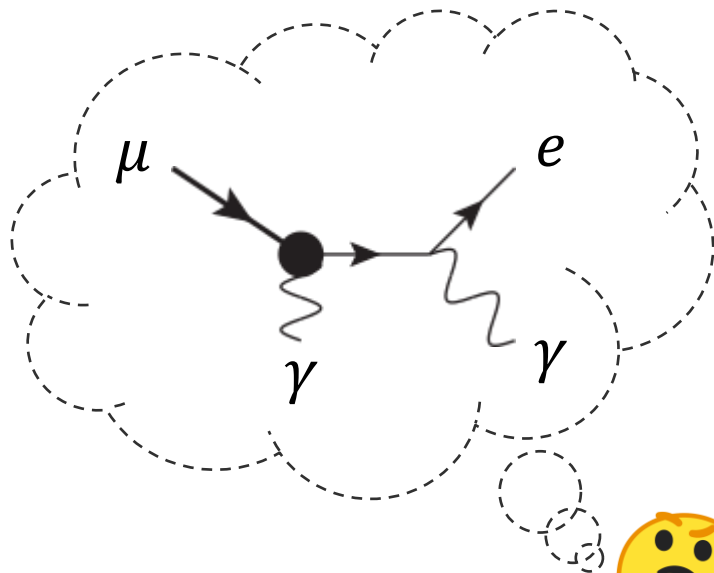
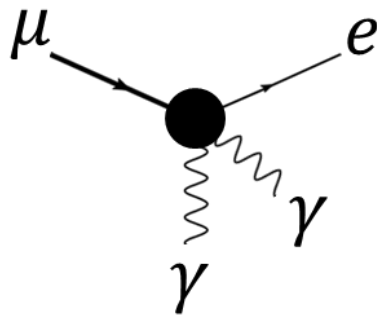
→ ただし将来的には他の過程の制限が同レベルに

Diphoton演算子 (Rayleigh演算子)

$$\mathcal{L}_{FF} = \frac{1}{v^3} \{ [\bar{e}(C_L P_L + C_R P_R)\mu] F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta}$$

$$+ [\bar{e}i\gamma_5(\tilde{C}_L P_L + \tilde{C}_R P_R)\mu] F_{\alpha\beta} \tilde{F}^{\alpha\beta} + \text{H. c.} \}$$

$$\tilde{F}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} F_{\gamma\delta}$$



cf. FF と $F\tilde{F}$ を電場 E と磁場 B で書くと...

$$F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} = -2(\vec{E}^2 - \vec{B}^2) \leftarrow \text{電場}^2 \text{ と 磁場}^2$$

$$F_{\alpha\beta} \tilde{F}^{\alpha\beta} = -4\vec{E} \cdot \vec{B} \leftarrow \text{電場と磁場の交差項}$$

\mathcal{L}_{FF} は常に \mathcal{L}_D より小さいのでは？

⇒ そうとも限らない

“Diphoton” \gtrsim “Dipole” となり得る模型例

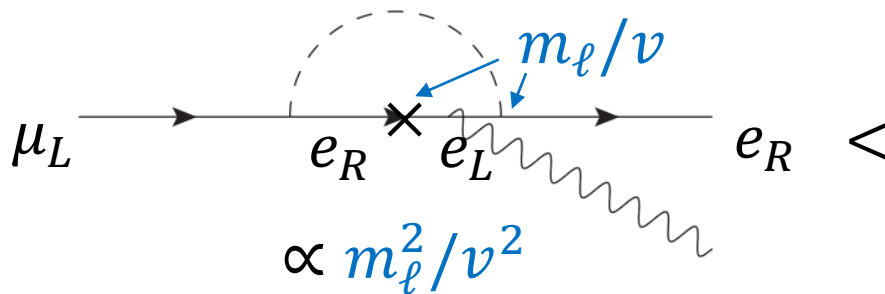
- フェルミオンと質量に比例して結合する中性スカラーがLFV結合を持つ模型

$$\mathcal{L} \supset \rho_{e\mu} \bar{e} \mu \phi + \sum_f \frac{m_f}{v} \bar{f} f \phi + \text{H. c.}$$

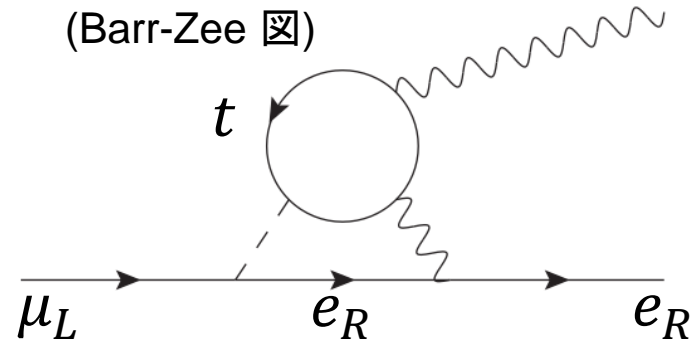
PRD67, 115012 (2003).

PRD72, 117701 (2005).

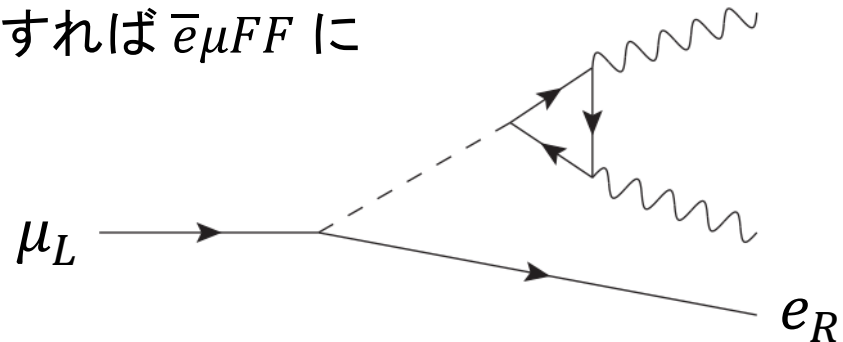
- ◆ dipole演算子への寄与: 1-loop < 2-loop



(Barr-Zee 図)



- ◆ 2-loop図のloop光子を外線にすれば $\bar{e} \mu F F$ に



- Doubly-charged leptons

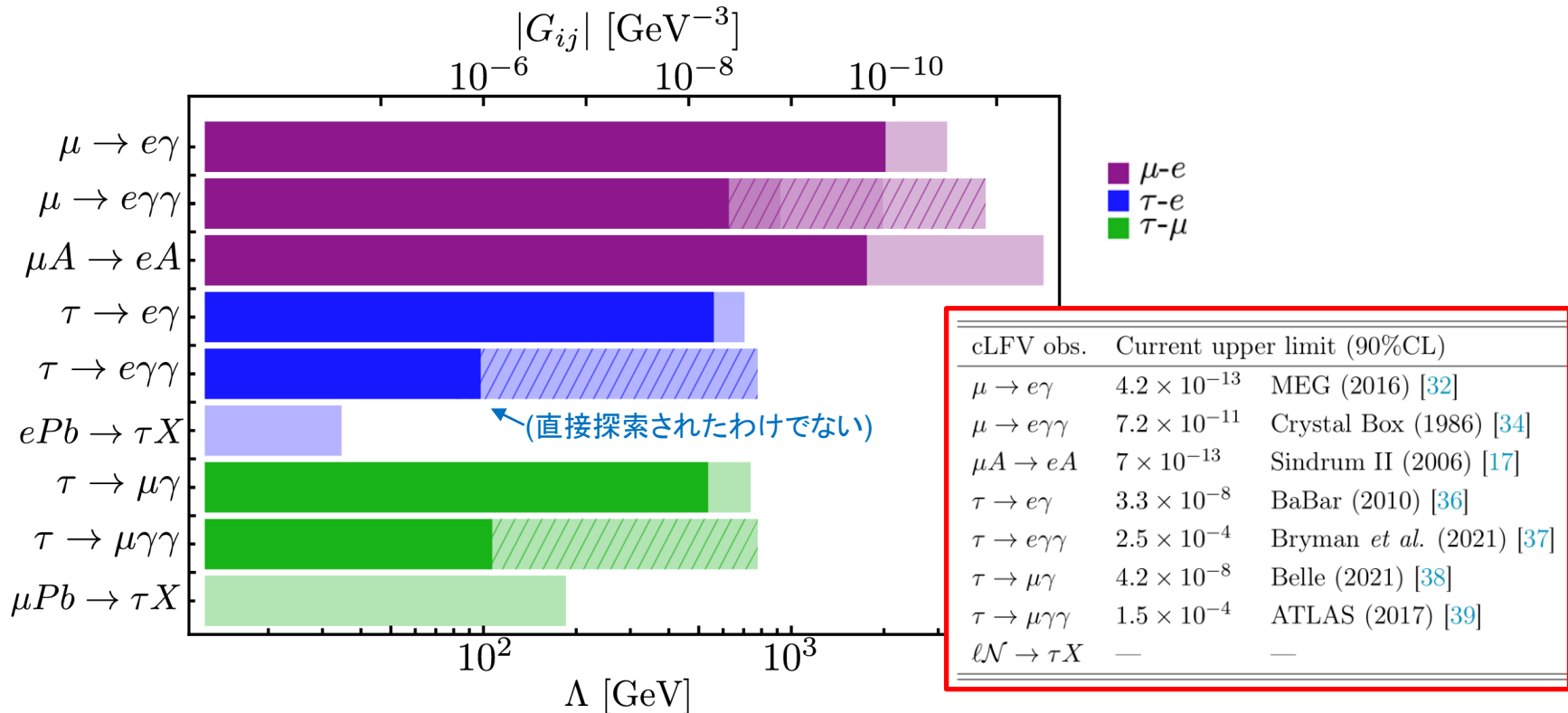
PRL38, 531 (1977). PRL41, 442 (1978).

- Vector leptoquarks PLB345, 490 (1995).

- Excited and fourth generation leptons PL28, 081401 (2011).

Diphoton演算子に対する現状の制限

$$\mathcal{L}_{FF} = \left(G_{SR}^{ij} \bar{\ell}_{iL} \ell_{jR} + G_{SL}^{ij} \bar{\ell}_{iR} \ell_{jL} \right) F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \text{H. c.}$$



F. Fortuna *et al.*, Phys. Rev. D **108**, 015008 (2023).

※ Diphoton演算子に対する直接的な制限は $\ell \rightarrow \ell' \gamma\gamma$ で与えられる。

(他の過程による制限は 別の演算子と干渉させて打ち消す逃げ道あり)

Diphoton演算子の主な探索手法

➤ $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma \gamma$

- 最も直接的な制限
- 更新の予定なし?

$$BR(\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma \gamma) < 7.2 \times 10^{-11}$$

R. D. Bolton *et al.*, PRD**38**, 2077 (1988).

$$\Rightarrow \sqrt{|C_L|^2 + |\tilde{C}_L|^2} + (L \rightarrow R) < 2.2 \times 10^{-2}$$

➤ $\mu^- N \rightarrow e^- N$

- \tilde{c} による寄与なし
- 他複数の演算子と干渉
- 各結合定数の係数は原子核に依存

$$BR(\mu^- \text{Au} \rightarrow e^- \text{Au}) < 7 \times 10^{-13}$$

W. H. Bertl *et al.*, EPJC**47**, 337 (2006).

$$\Rightarrow \sqrt{|C_L + \dots|^2} + (L \rightarrow R) < 1.0 \times 10^{-3}$$

S. Davidson *et al.*, PRD**102**, 115043 (2020).

➤ $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$

- 値はカットオフの仮定に依存
- c と \tilde{c} が干渉 (?)

$$BR(\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma) < 3.1 \times 10^{-13}$$

K. Afanaciev *et al.*, EPJC**84**, 216 (2024).

$$\Rightarrow \sqrt{|C_L + \tilde{C}_L|^2} + (L \rightarrow R) < 5.7 \times 10^{-4}$$

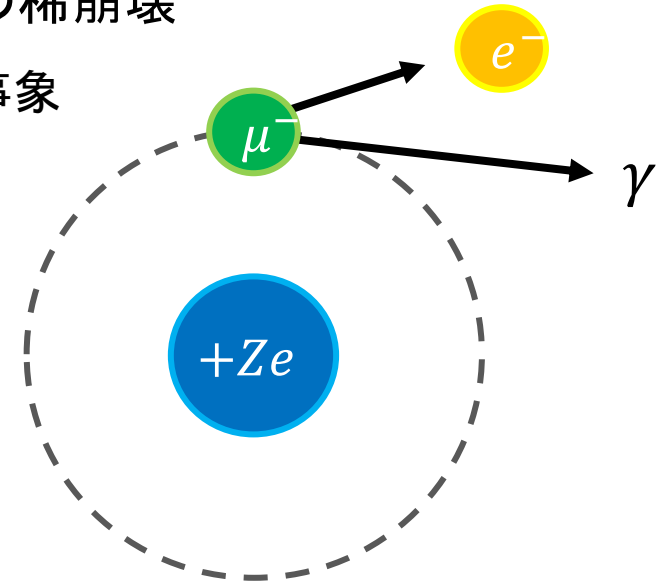
($\Lambda \approx 100 \text{ GeV}$)

F. Fortuna *et al.*, PRD**107**, 015027 (2023).

ミュオン原子を用いた $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$ 探索

◆ (自由ミュオンでなく) 原子軌道上のミュオンの稀崩壊

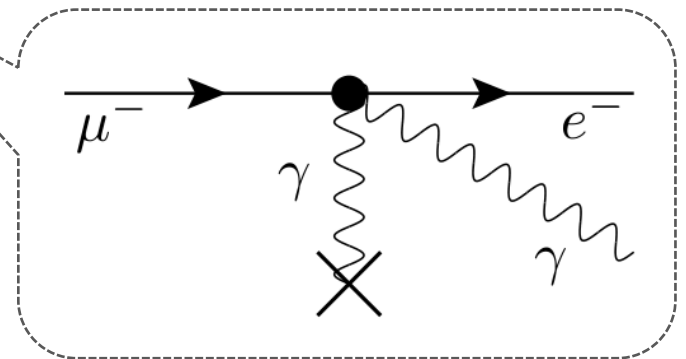
- $E_e + E_\gamma = m_\mu - E_b$ となる電子と光子の対が信号事象
(E_b : 束縛エネルギー)
- 典型的に電子と光子は $E_e \simeq E_\gamma \simeq 50$ MeV で
back-to-backに放出
 - ✓ ただし厳密な2体崩壊でない → 分布がにじむ
 - ✓ 終状態運動量分布に情報あり
- dipole演算子に加えて
diphoton演算子(FF & $F\tilde{F}$)が探索可能
 - ✓ $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma\gamma$ と同様 diphotonを直接的に制限



欠点:

- ミュオン原子は自由ミュオンよりも短寿命
ミュオンは若干多く必要
- 電子と光子の不変質量 $m_{e\gamma} \neq m_\mu$

電子と光子だけで エネルギーは(ほぼ)保存するが 3元運動量は保存しない



束縛ミューオンの $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$ 崩壊率

- 原子核は十分重いため 静的なCoulombポテンシャルとして扱う

$$d\Gamma = \frac{d^3 p_e}{(2\pi)^3 2E_e} \frac{d^3 p_\gamma}{(2\pi)^3 2E_\gamma} (2\pi) \delta(E_e + E_\gamma - E_\mu) \frac{1}{2} \sum_{spins} |\mathcal{M}|^2$$

遷移振幅

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & -\frac{2im_\mu}{v^2} \int d^3 r \bar{\psi}_e(\mathbf{r}) \sigma_{\alpha\beta} (D_L P_L + D_R P_R) \psi_\mu^{1s}(\mathbf{r}) p_\gamma^\alpha \epsilon^{s_\gamma * \beta} \exp(-i\mathbf{p}_\gamma \cdot \mathbf{r}) \\ & -\frac{4i}{v^3} \int d^3 r \bar{\psi}_e(\mathbf{r}) (C_L P_L + C_R P_R) \psi_\mu^{1s}(\mathbf{r}) p_\gamma^\alpha \epsilon^{s_\gamma * \beta} \exp(-i\mathbf{p}_\gamma \cdot \mathbf{r}) \langle N | F_{\alpha\beta} | N \rangle \\ & -\frac{4i}{v^3} \int d^3 r \bar{\psi}_e(\mathbf{r}) i\gamma_5 (\tilde{C}_L P_L + \tilde{C}_R P_R) \psi_\mu^{1s}(\mathbf{r}) p_\gamma^\alpha \epsilon^{s_\gamma * \beta} \exp(-i\mathbf{p}_\gamma \cdot \mathbf{r}) \langle N | \tilde{F}_{\alpha\beta} | N \rangle \end{aligned}$$

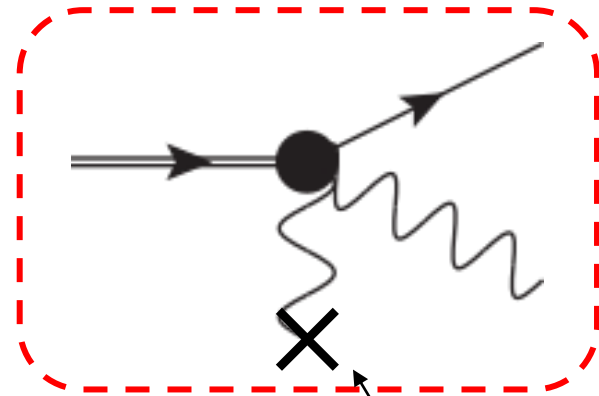
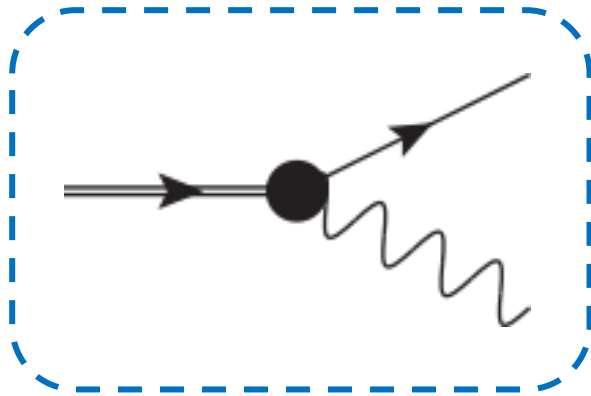
→ field strength F は原子核の電場 E で置き換え

$$\langle N | F_{\alpha\beta} | N \rangle = \begin{cases} -E_i & (\alpha = i, \beta = 0) \\ E_j & (\alpha = 0, \beta = j) \\ 0 & (\alpha = i, \beta = j) \end{cases} \quad \langle N | \tilde{F}_{\alpha\beta} | N \rangle = \begin{cases} -\epsilon_{ijk} E_k & (\alpha = i, \beta = j) \\ 0 & (\alpha = 0 \text{ or } \beta = 0) \end{cases}$$

※ 今回の計算では原子番号が比較的小さな場合を想定

→ 「原子核は点電荷」かつ「電子は平面波」として計算

束縛ミューオンの $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$ 崩壊率



原子核電場 $E(r) = \frac{Ze}{4\pi r^2}$

$$\frac{1}{\Gamma_0} \frac{d\Gamma}{dx d\cos\theta_{e\gamma}} = 3072\pi\zeta^5 x^2 y^3 \{ f_D^2 (1 - \cos\theta_{e\gamma}) |D_L|^2$$

$$+ f_D f_C \sin^2\theta_{e\gamma} \operatorname{Re} [D_L (C_L + \tilde{C}_L)^*]$$

$$+ f_C^2 \sin^2\theta_{e\gamma} (|C_L|^2 + |\tilde{C}_L|^2) \} + [L \rightarrow R]$$

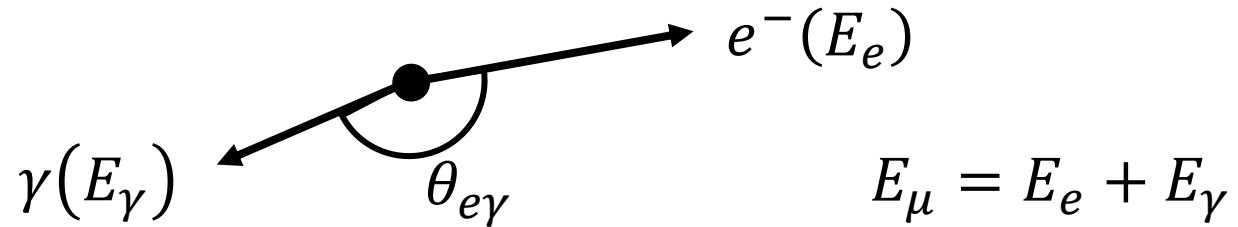
$$x = \frac{E_e}{m_\mu}$$

$$y = \frac{E_\gamma}{m_\mu} \quad w = \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy\cos\theta_{e\gamma}} \quad \zeta = Z\alpha$$

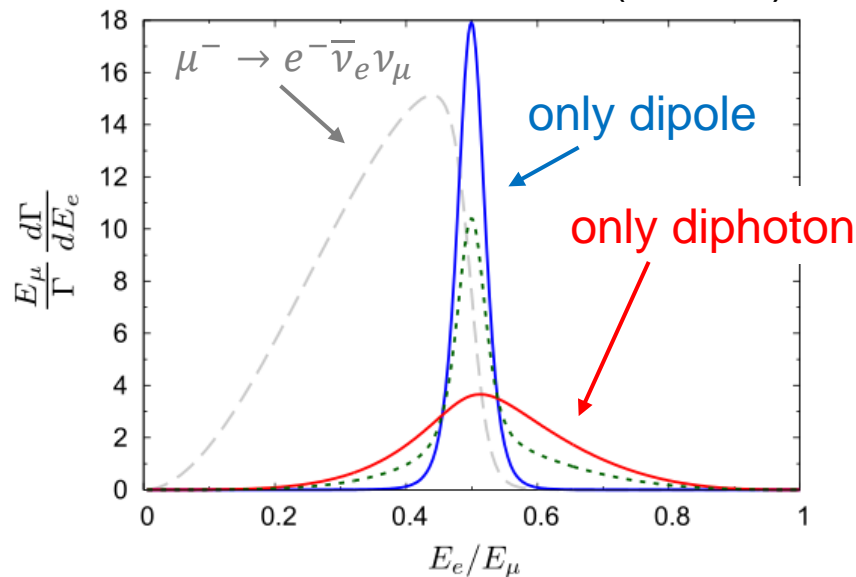
$$f_D = \frac{4}{(w^2 + \zeta^2)^2} \quad f_C = \frac{1}{\sqrt{\pi\alpha}} \frac{m_\mu}{v} \frac{x}{w^2} \left\{ 1 - \frac{\zeta}{w} \tan^{-1} \left(\frac{w}{\zeta} \right) \right\}$$

$\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma \gamma$ と
同じ構造

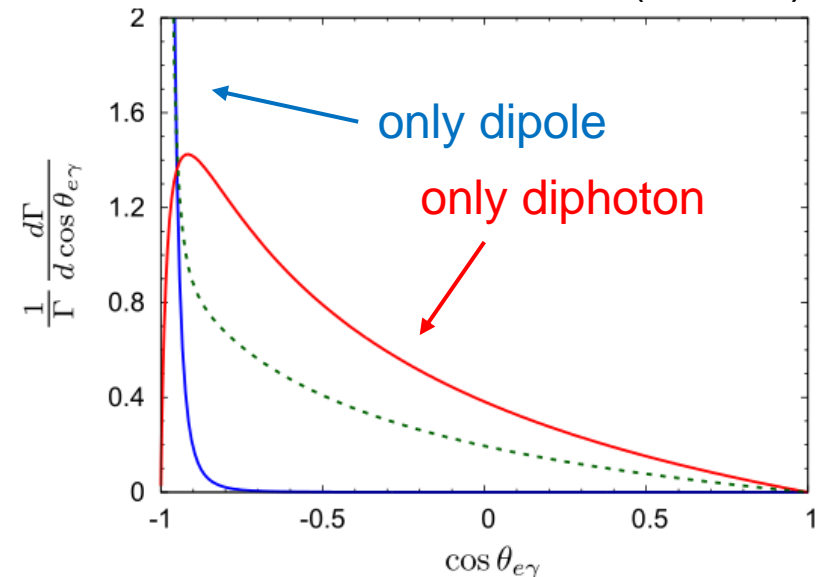
放出粒子のエネルギー-角度分布



➤ エネルギー分布 Al (Z = 13)



➤ 角度分布 Al (Z = 13)

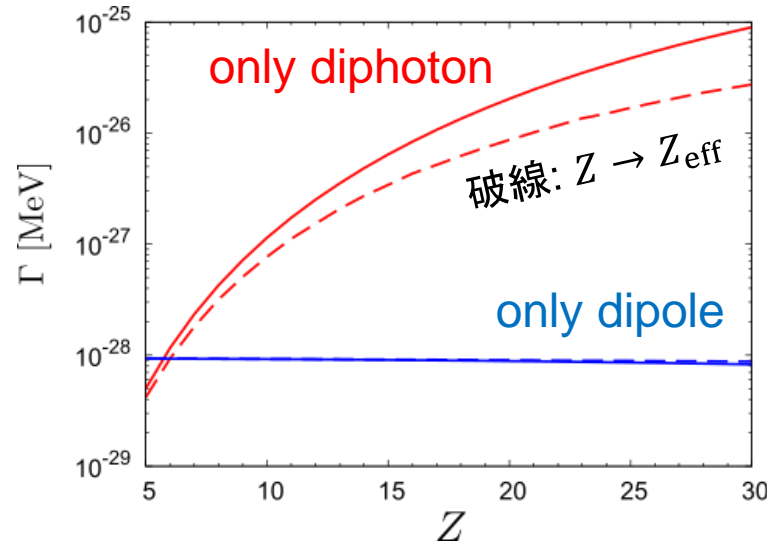


(緑点線: dipoleとdiphotonの寄与が同程度で干渉する場合)

✓ **diphoton**は運動量分布の広がりが**dipole**に比べて大きい

(dipoleとdiphotonは干渉するが 分布の形状が異なるため完全に打ち消されることはない)

崩壊率の原子番号依存性 ($Z \leq 30$)



$$\Gamma_{FF} \propto Z^5$$

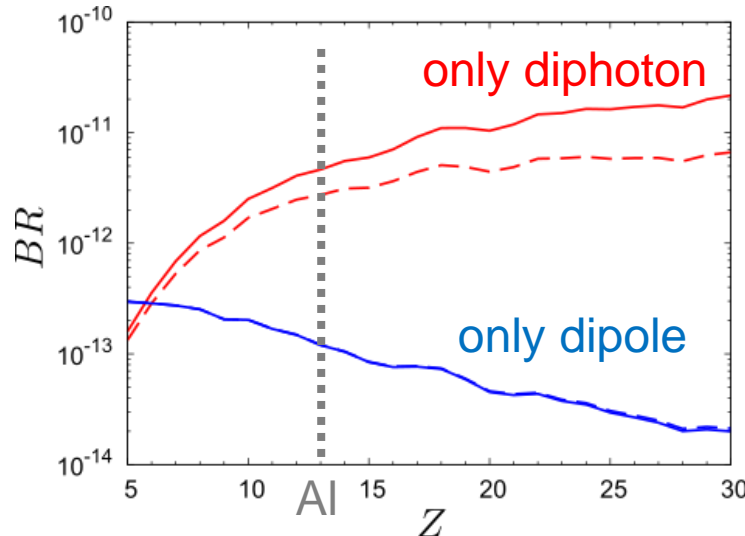
Z^3 ← ミューオン波動関数

Z^2 ← 原子核電場

$$\Gamma_D \propto 1$$

(緩やかに減少)

➤ 既存の実験による崩壊分岐比の上限



$$BR(\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma \gamma) < 7.2 \times 10^{-11}$$

$$BR < 4.6 \times 10^{-12} \text{ for Al}$$

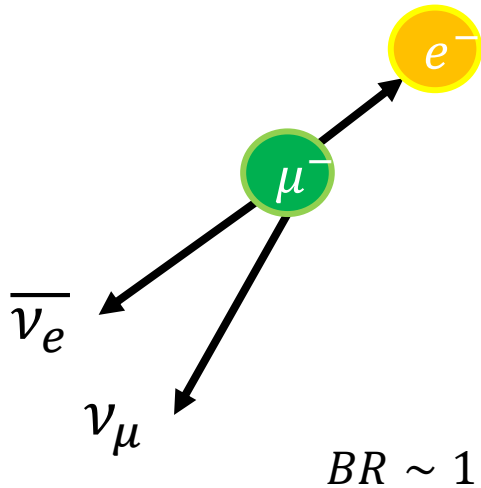
$$BR(\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma) < 3.1 \times 10^{-13}$$

$$BR < 1.2 \times 10^{-13} \text{ for Al}$$

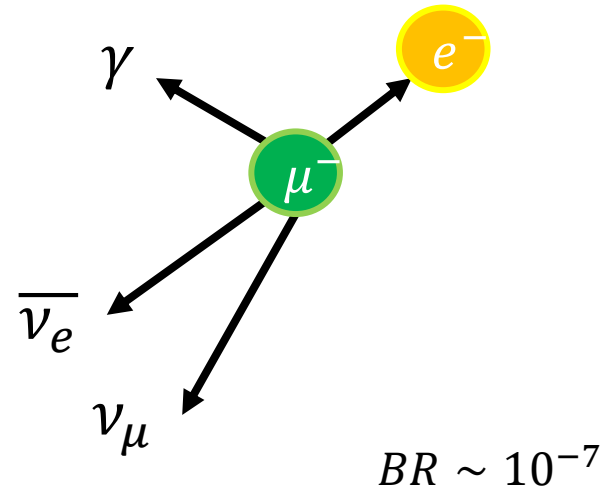
背景事象 (BG)

- ✓ 電子と光子はミュオン通常の崩壊でも生成

$$1. \mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$$



$$2. \mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e \gamma$$

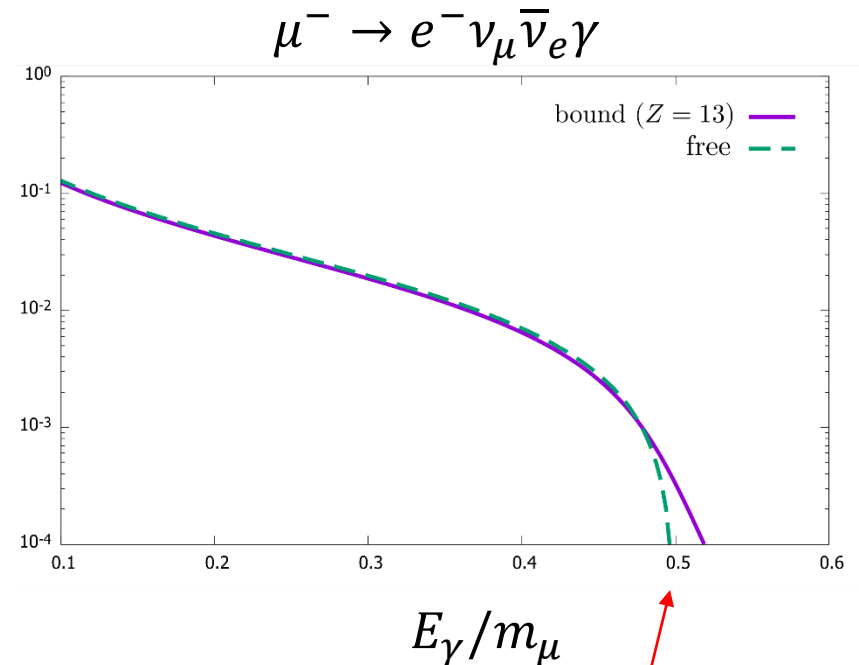
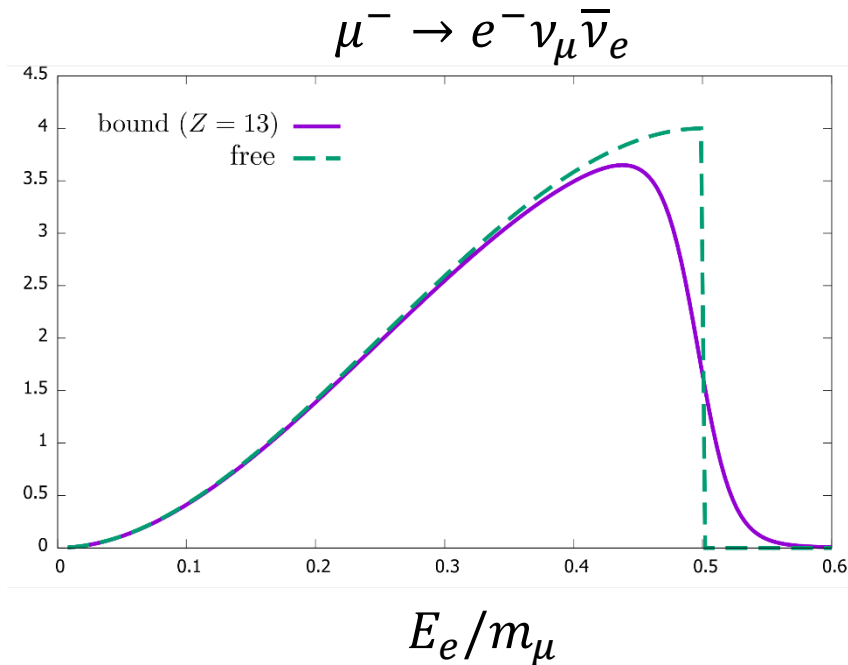


- BG1: 2つのミュオンから出た電子と光子のエネルギー和が

$$\left\{ E_e + E_\gamma = m_\mu - E_b \right\} \text{ 信号のものと偶然一致する事象 (accidental BG)}$$

- BG2: $\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e \gamma$ におけるニュートリノが低エネルギーである事象 (physics BG)
(ただしこれは無視できるほど小さい)

BGとなる電子・光子のエネルギー



自由ミュオンだと $E_\gamma = m_\mu/2$ で 0 になっていたのが
束縛ミュオンでは光子の量が増えてしまう。

Accidental BGの実効崩壊分岐比

作ったミュオンひとつあたり BG イベントがどれだけ起こるか。

実効分岐比

$$B_{acc} = R_{\mu} \Delta t_{e\gamma} \frac{\Delta \Omega_{e\gamma}}{4\pi} f_{acc}$$

R_{μ} : 時間当たりのミュオン生成量

$\Delta t_{e\gamma}$: 時間幅 $\Delta \Omega_{e\gamma}$: 角度幅

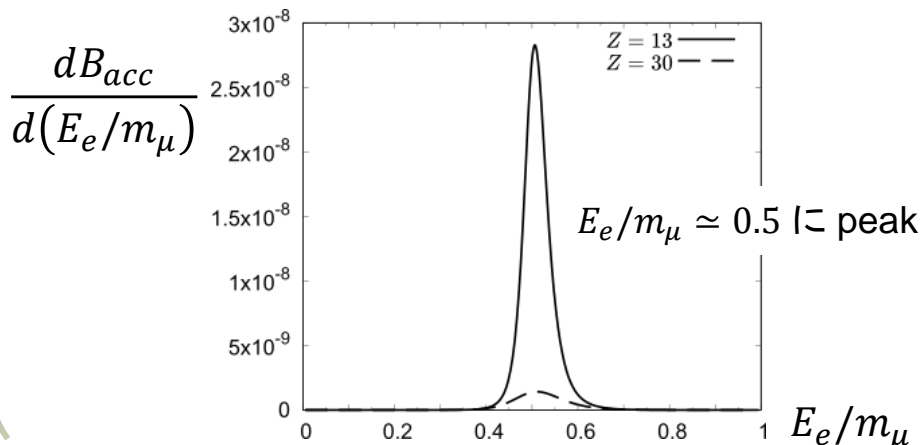
f_{acc} : ミュオンから出た電子と別のミュオンから出た光子がエネルギー条件を満たす割合

$$f_{acc} = \tilde{\tau}_{\mu} \int dx \frac{d\Gamma_{\mu^{-} \rightarrow e^{-} \nu \bar{\nu}}}{dx} \cdot \tilde{\tau}_{\mu} \int dy \frac{d\Gamma_{\mu^{-} \rightarrow e^{-} \nu \bar{\nu} \gamma}}{dy} \cdot \theta(\Delta_{x+y} - |1 - b - x - y|)$$

Δ_{x+y} : 電子と光子のエネルギー和($x + y$)に対する分解能

↑ 光子のエネルギー分解能で決まる

Accidental BGになる電子のエネルギー分布



Benchmark: - - - - -

$$R_{\mu} = 10^8 / \text{s} \quad \Delta t_{e\gamma} = 120 \text{ ps} \quad \Delta_{x+y} = 0.01$$

↓ Al ($Z = 13$) の場合

$$B_{acc} = 1.9 \times 10^{-9} \gg BR_{\text{diphoton}} < 4.6 \times 10^{-12}$$

↑ このままだと signal は BG に埋もれる...

➤ BG を減らすには...

- ✓ R_{μ} を減らす
- ✓ 大きな Z を使う (f_{acc} が減る)
- ✓ $\theta_{e\gamma} \approx \pi$ だけ使う (BG の $\theta_{e\gamma}$ 分布は等方的)

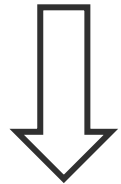
実効崩壊分岐比の比較

Benchmark: - - - - -

$$\left[R_{\mu} = 10^8 /s \quad \Delta t_{e\gamma} = 120 \text{ ps} \quad \Delta_{x+y} = 0.01 \right]$$

| | Al (Z = 13) | Zn (Z = 30) |
|---|-----------------------|-----------------------|
| Signal (diphoton) | 4.6×10^{-12} | 2.2×10^{-11} |
| Signal (dipole) | 1.2×10^{-13} | 2.0×10^{-14} |
| accidental BG | 1.9×10^{-9} | 1.9×10^{-10} |
| BG ($\mu^- \rightarrow e^- \nu \bar{\nu} \gamma$) | 1.5×10^{-15} | 5.7×10^{-16} |

← 信号より大きな
BGイベント数...
(negligible)



diphoton signal を最適化しよう $\theta_{e\gamma}$ を制限

$$\theta_{e\gamma}^{peak} - 0.01 < \theta_{e\gamma} < \theta_{e\gamma}^{peak} + 0.01$$

$$\begin{aligned} \theta_{e\gamma}^{peak} &= 2.39 \text{ for Al} \\ \theta_{e\gamma}^{peak} &= 2.13 \text{ for Zn} \end{aligned}$$

| | Al (Z = 13) | Zn (Z = 30) |
|---|-----------------------|-----------------------|
| Signal (diphoton) | 7.1×10^{-14} | 3.3×10^{-13} |
| Signal (dipole) | 1.2×10^{-17} | 1.6×10^{-17} |
| accidental BG | 1.9×10^{-13} | 1.9×10^{-14} |
| BG ($\mu^- \rightarrow e^- \nu \bar{\nu} \gamma$) | 2.6×10^{-19} | 6.1×10^{-19} |

← 信号の数が
BGの10倍以上！
↑ 更なる最適化の
余地もありそう

まとめ (今後すべきこと)

◆ 荷電レプトンフレーバー非保存(CLFV)探索

- 新物理を調べるための良い探針
- 素粒子模型の決定に向けて様々な過程(有効演算子)を調べるのが重要
- 光子を1つ含むdipole演算子に対し
 - 2つ含むdiphoton演算子が優勢になる場合もあり得る
(diphoton優勢となる場合の一般論はいずれ調べておきたい)
- diphoton演算子を直接制限する $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma \gamma$ 探索はしばらく更新がなさそう

◆ ミューオン原子における $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$ 探索 $\left[E_e + E_\gamma = m_\mu - E_b \right]$

- dipole演算子だけでなく diphoton演算子の探索も可能
 - $\Rightarrow \mu^+ \rightarrow e^+ \gamma \gamma$ に代わる直接的制限
- エネルギー和が偶然ミューオン質量になる電子と光子の対がBGに
 - diphotonの制限には重い原子核を使う方が有利
(より詳細な計算が必要)
 - 既存の制限を超えたdipoleの制限は難しそう