Lepton Flavour Violation in Radiative Seesaw Models

進藤哲央（国際基督教大学）

2026年11月18日 Flavor Physics Workshop 2026（FPWS2026）@呉羽ハイツ in 富山

標準模型の未解決問題

標準模型では未解決の問題がいくつか存在する

- 微小ニュートリノ質量の起源
- 暗黒物質の正体
- バリオジェネシス
- インフレーション
- 電荷の量子化
- …

← 今日のトークでは主にこの辺に注目

どこかのスケールで標準模型の拡張が必要

↑ 低ければ実験で検証できる可能性UP

多くの魅力的な現象論模型が提案されてきた

一方で、そのような模型のUV描像も気になる…

現象論模型の性質からUV描像を探れないか？？

ニュートリノ質量の起源？

ニュートリノは微小だが有限な質量を持つ

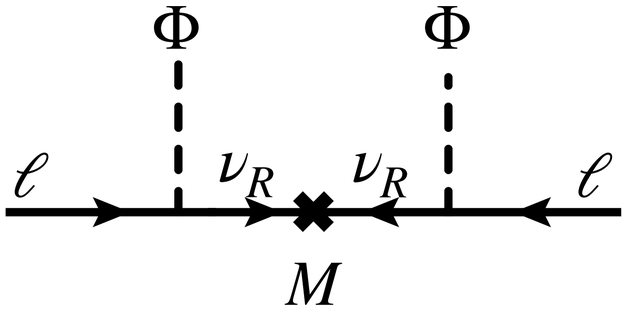
- **標準模型にニュートリノ質量を組みこむ方法**
  - 軽い右巻きニュートリノを導入：$\mathcal{L}_{\rm SM} + y_\nu \bar{\nu}_R H \ell_L$
  - 小さな真空期待値を利用：$\mathcal{L}_{\rm SM} + y_\nu \bar{\nu}_R \ell_L \Phi'$ もしくは $y_T \bar{\ell}_L^c \Phi'' \ell_L$
  - くりこみ不可能な項を導入：$\mathcal{L}_{\rm SM} + \frac{c}{M}(\bar{\ell}_L^c H)(H \ell_L)$

小さな湯川結合で抑制

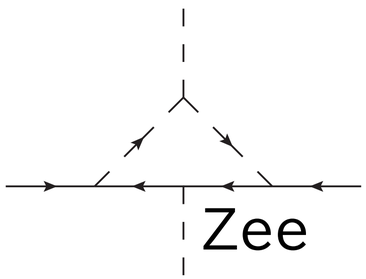
係数も小さくできればMが下げられる

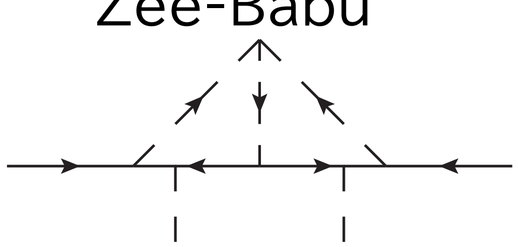
高い質量スケールで抑制

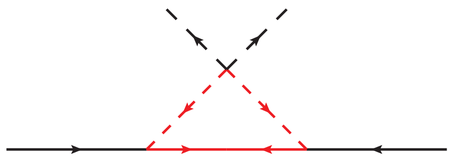
スケールMより上の物理はどうなっているか？

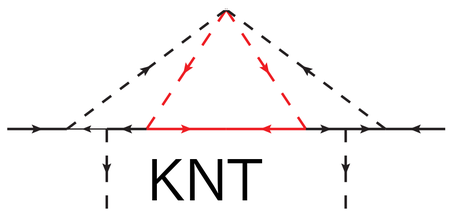


シーソー模型

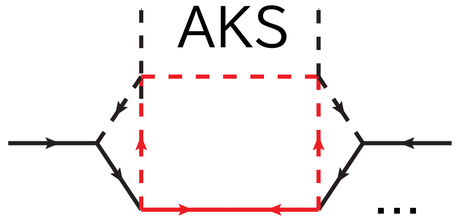






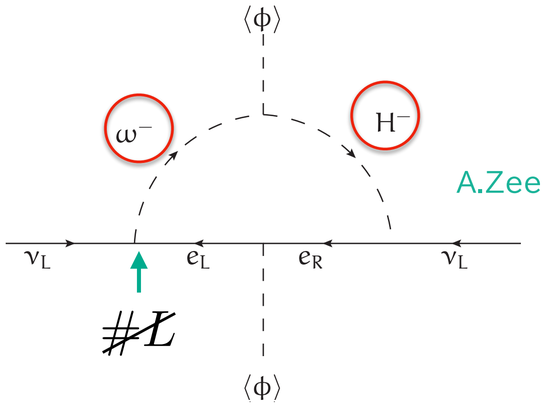


輻射模型



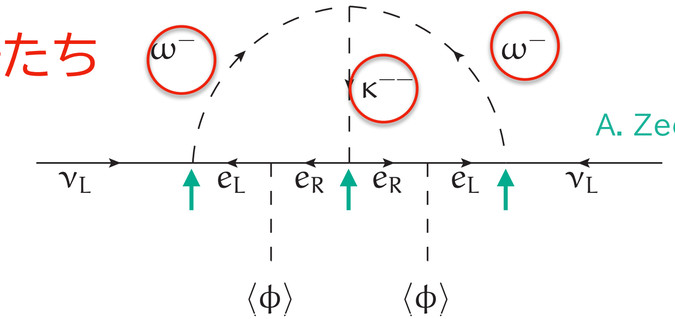
輻射模型

シングレットフェルミオンを導入しないもの



A.Zee (1980)

新しいスカラー場たち

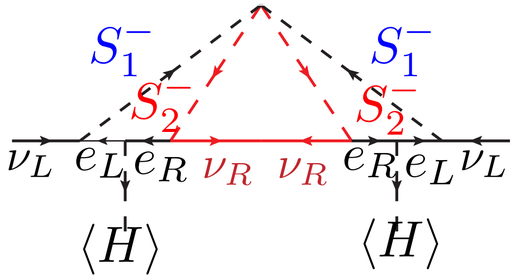


A. Zee (1986); K.S. Babu, (1988)

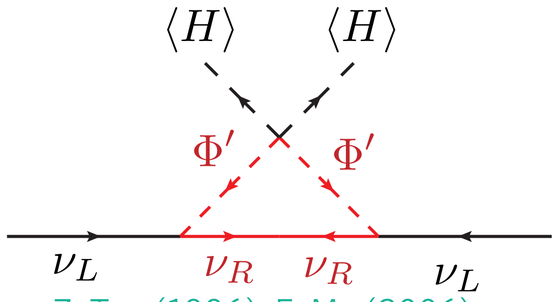
シングレットフェルミオンNを導入する場合

$y_\nu \bar{N} H \ell_L$を禁止する必要がある → Z_2などの対称性で禁止することが多い

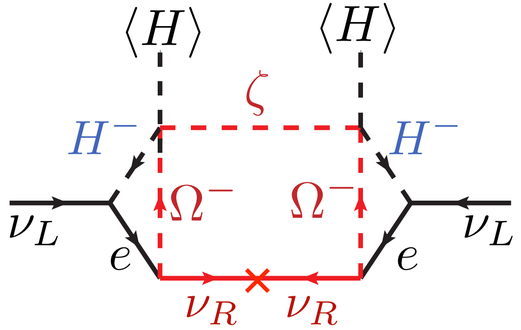
→ **暗黒物質候補が存在**



L.M.Krauss,S.Nasri,M.Trodden, (2003)



Z. Tao (1996); E. Ma (2006)



Aoki, Kanemura, Seto (2009)

いずれの場合も新しい湯川行列が現れる → フレーバー物理への寄与

一般に模型には多くのパラメータ

それでも特徴的な予言はあるか？

輻射模型の分類

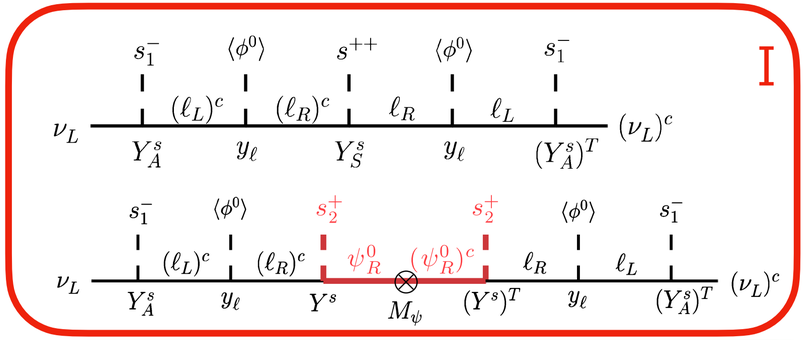
S. Kanemura&H. Sugiyama, PLB753 (2016)

フレーバー構造によって分類する

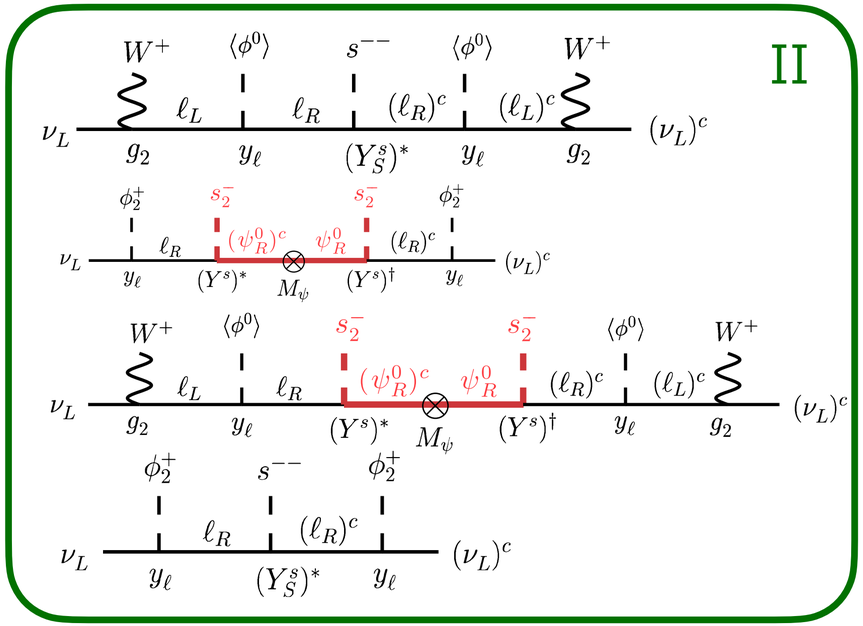
↑

追加されるスカラーの性質

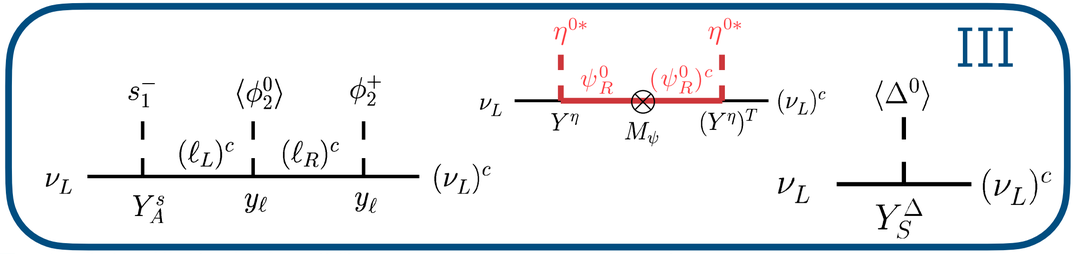
今日の話 →



$\propto Y_A m_\ell X_S m_\ell Y_A$



$\propto m_\ell X_S m_\ell$



	SU(2)	U(1)$_Y$	Yukawa	Note
s_1^+	**1**	1	$(Y_A^s)^{ij}(\bar{\ell}_{Li}\epsilon\ell^c_{Lj}s_1^-)$	Antisymmetric
s^{++}	**1**	2	$(Y_S^s)^{ij}(\bar{e}^c_{Ri}e_{Rj}s^{++})$	Symmetric
Φ_2	**2**	1/2	$(Y_\ell)^{ij}(\bar{\ell}_{Li}\Phi_2 e_{Rj})$	Diagonal
Δ	**3**	1	$(Y_\Delta)^{ij}(\bar{\ell}_{Li}\Delta^\dagger\epsilon\ell^c_{Lj})$	Symmetric
s_2^+	**1**	1	$(Y^s)^{ij}(\bar{e}^c_{Ri}\psi^0_{jR}s_2^+)$	Arbitrary
η	**2**	1/2	$(Y^\eta)^{ij}(\bar{\ell}_{Li}\epsilon\eta^*\psi^0_{jR})$	Arbitrary

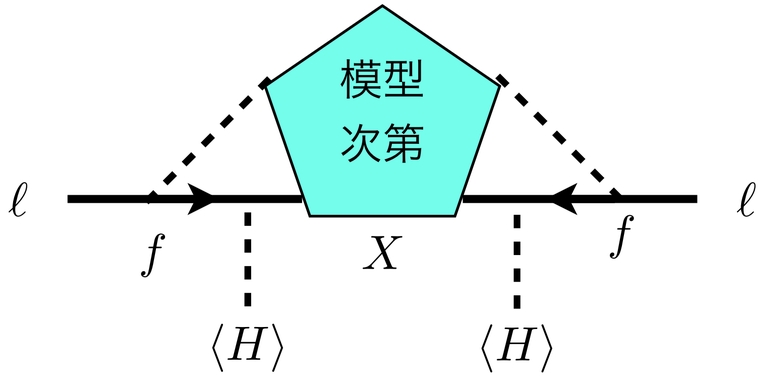
Z_2^-

ψ^0_{Ri}はZ2-oddなシングレットフェルミオン

Dirac質量を生成する模型の場合の分類はS. Kanemura, K. Sakurai, H. Sugiyama, PLB758 (2016)

ニュートリノ質量行列の再現

$M_\nu \propto Y_A m_\ell X_S m_\ell Y_A$ の場合に注目



$$M_\nu = U^* \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} U^\dagger$$

対称行列

$$\propto \begin{pmatrix} 0 & f_{12} & f_{13} \\ -f_{12} & 0 & f_{23} \\ -f_{13} & -f_{23} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} \\ X_{12} & X_{22} & X_{23} \\ X_{13} & X_{23} & X_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & f_{12} & f_{13} \\ -f_{12} & 0 & f_{23} \\ -f_{13} & -f_{23} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\simeq X_{23} f_{23}^2 m_\tau m_\mu \begin{pmatrix} \beta k^2 + 2kk' + \alpha k'^2 & k + \alpha k' & -\beta k - k' \\ k + \alpha k' & \alpha & -1 \\ -\beta k - k' & -1 & \beta \end{pmatrix}$$

m_eを無視

$X_{1i}/X_{23} < m_\tau/m_e$では良い近似

$$X_{33} = \alpha \frac{m_\mu}{m_\tau} X_{23} \quad X_{22} = \beta \frac{m_\tau}{m_\mu} X_{23} \quad f_{12} = k f_{23} \quad f_{13} = k' f_{23}$$

- X_{1i}はM_νにはほとんど効かない
- $M_\nu(m_i, U)$が決まるとα, β, k, k'が全て決まる
- $X_{23} f_{23}^2$はM_νのスケールで決まる!

Y. Irie, O. Seto, T.S., Phys. Lett. B820 (2021)

ニュートリノ質量行列からパラメータに制限がかかる

パラメータの範囲

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta} & c_{13}s_{23} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}s_{13}c_{23}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}s_{13}c_{23}e^{i\delta} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\eta_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\eta_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

	Normal Ordering		Inverted Ordering	
	Best Fit	3σ range	Best Fit	3σ range
$\theta_{12}/^\circ$	33.44	31.27 – 35.86	33.45	31.27 – 35.87
$\theta_{23}/^\circ$	49.0	39.6 – 51.8	49.3	39.9 – 52.0
$\theta_{13}/^\circ$	8.57	8.20 – 8.97	8.61	8.24 – 8.98
$\delta/^\circ$	195	107 – 403	286	192 – 360
$\Delta m^2_{21}/10^{-5}$ eV^2	7.42	6.82 – 8.04	7.42	6.82 – 8.04
$\Delta m^2_{3\ell}/10^{-3}$ eV^2	2.514	2.431–2.598	−2.497	−2.583 – −2.412

PDG2020の3σの範囲

模型の予言：$m_1 = 0$(NO)もしくは$m_3 = 0$(IO)

$m_1 = 0 < m_2 < m_3$　$m_3 = 0 < m_1 < m_2$

さらにMajorana位相の自由度がある：$0 \le \eta_2 \le 2\pi$

	Normal Ordering	Inverted Ordering
$\lvert\alpha\rvert$	$0.57 \le \lvert\alpha\rvert \le 1.6$	$0.0 \le \lvert\alpha\rvert \le 2.4$
$\arg(\alpha)$	$-\pi \le \arg(\alpha) \le \pi$	$-\pi \le \arg(\alpha) \le \pi$
$\lvert\beta\rvert$	$0.52 \le \lvert\beta\rvert \le 1.6$	$0.0 \le \lvert\beta\rvert \le 2.8$
$\arg(\beta)$	$-\pi \le \arg(\beta) \le \pi$	$-\pi \le \arg(\beta) \le \pi$
$\lvert k\rvert$	$0.27 \le k \le 0.67$	$3.9 \le \lvert k\rvert \le 5.3$
$\arg(k)$	$-0.27 \le \arg(k) \le 0.32$	$-2.9 \le \arg(k) \le 0$
$\lvert k'\rvert$	$0.26 \le k' \le 0.66$	$4.0 \le \lvert k'\rvert \le 5.4$
$\arg(k')$	$-0.33 \le \arg(k') \le 0.33$	$0.21 \le \arg(k') \le \pi$

$$X_{33} = \alpha \frac{m_\mu}{m_\tau} X_{23} \quad X_{22} = \beta \frac{m_\tau}{m_\mu} X_{23} \quad f_{12} = k f_{23} \quad f_{13} = k' f_{23}$$

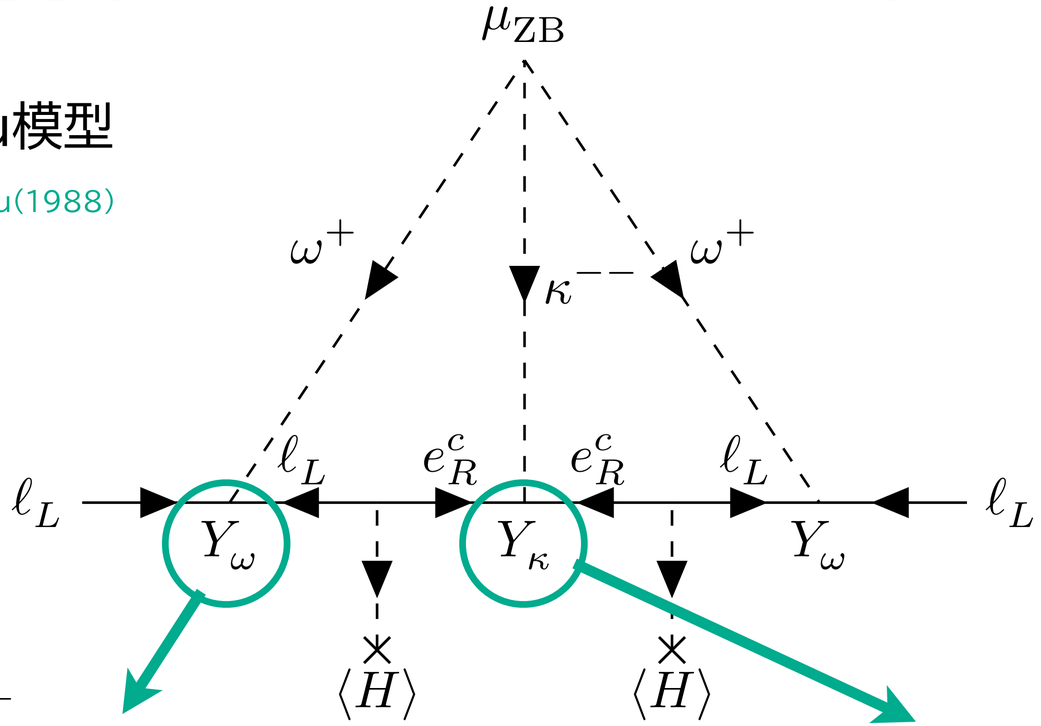
IOの場合には$X_{22} = 0$となり得る

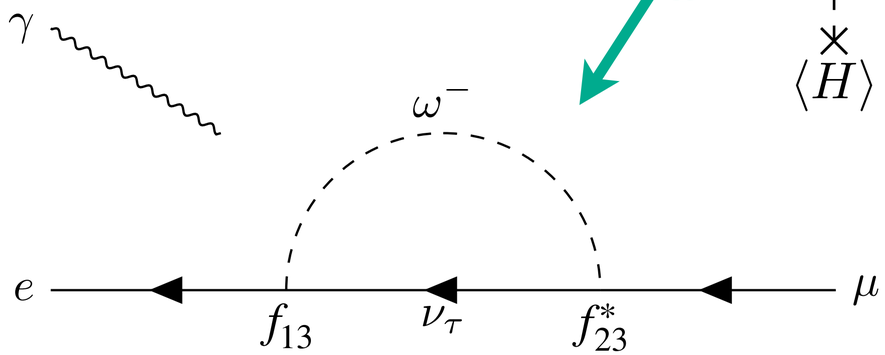
k'はNOよりIOのほうが大きい

X部分の具体例：Zee-Babu模型

最も単純な例がZee-Babu模型

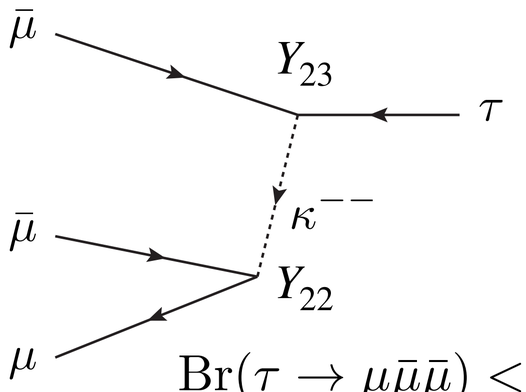
A. Zee (1986) and K. Babu(1988)





$\propto k'|f_{23}|^2$

$\mathrm{Br}(\mu \to e\gamma) < 1.5 \times 10^{-13}$



$\propto \beta|Y_{23}|^2$

$\mathrm{Br}(\tau \to \mu\bar{\mu}\bar{\mu}) < 1.9 \times 10^{-8}$

さらに　$M_\nu \propto \dfrac{\mu_{ZB}}{M_\kappa^2} I(M_\kappa^2/M_\omega^2) m_\mu m_\tau Y_{23} f_{23}^2$

(以下 数ページの数値計算は$\mathrm{Br}(\mu \to e\gamma) < 4.3 \times 10^{-13}$ ＆ $\mathrm{Br}(\tau \to \mu\bar{\mu}\bar{\mu}) < 2.1 \times 10^{-8}$)

$\tau \to \mu\bar{\mu}\bar{\mu}$ **VS** $\mu \to e\gamma$

$$(M_\nu)_{23} = \frac{16\mu_{\rm ZB}}{(16\pi^2)^2 M_\kappa^2} I(M_\kappa^2/M_\omega^2) Y_{23} f_{23}^2 m_\tau m_\mu$$

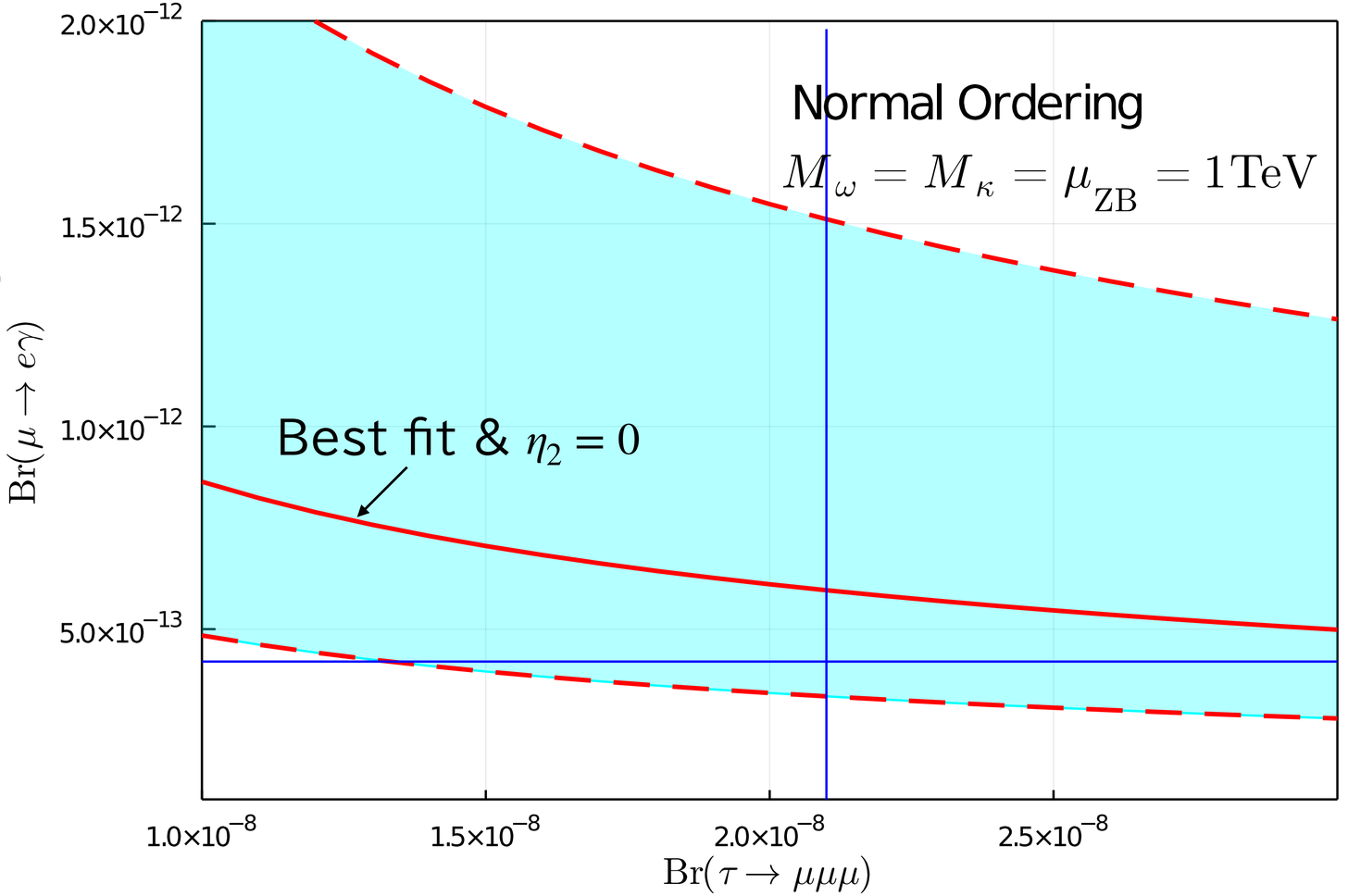
$\Downarrow$

$Y_{23}f_{23}^2 =$ 一定 （$M_\omega, M_\kappa, \mu_{\rm ZB}$を固定したとき）

$\Downarrow$

$$\mathrm{Br}(\mu \to e\gamma)^2 \propto \mathrm{Br}(\tau \to \mu\bar{\mu}\bar{\mu})^{-1}$$

Y. Irie, O. Seto, T.S., Phys. Lett. B820 (2021)



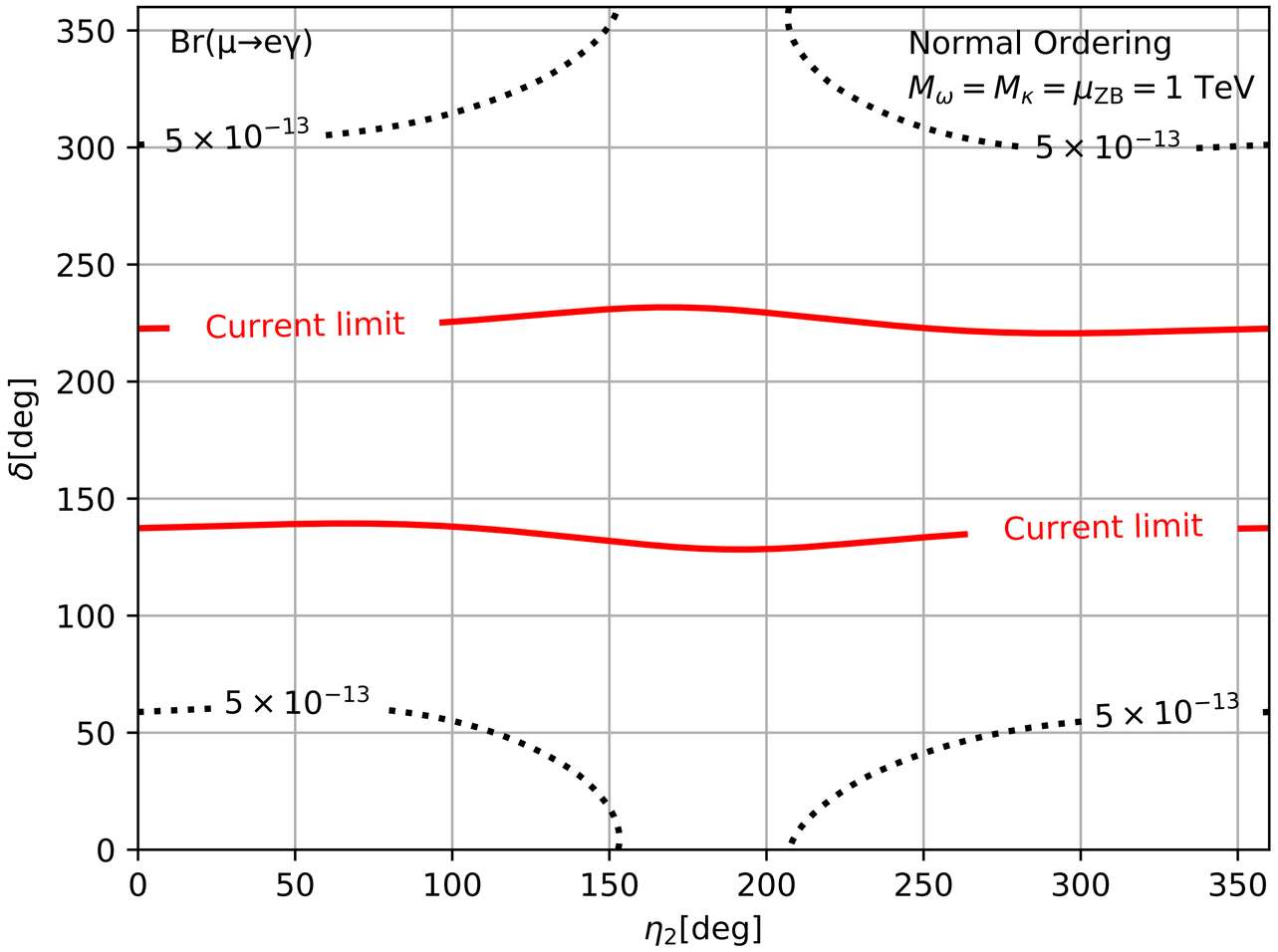
（現在の制限では $M_\omega = M_\kappa = \mu_{ZB} = 1\,\mathrm{TeV}$ はすでに禁止されている。）

Majorana位相η_2とDirac位相δ

$\mathrm{Br}(\mu \to \mathrm{e}\gamma)$の**最小値**をプロット

赤線の外側が制限されていた(2021)

Y. Irie, O. Seto, T.S., Phys. Lett. B820 (2021)

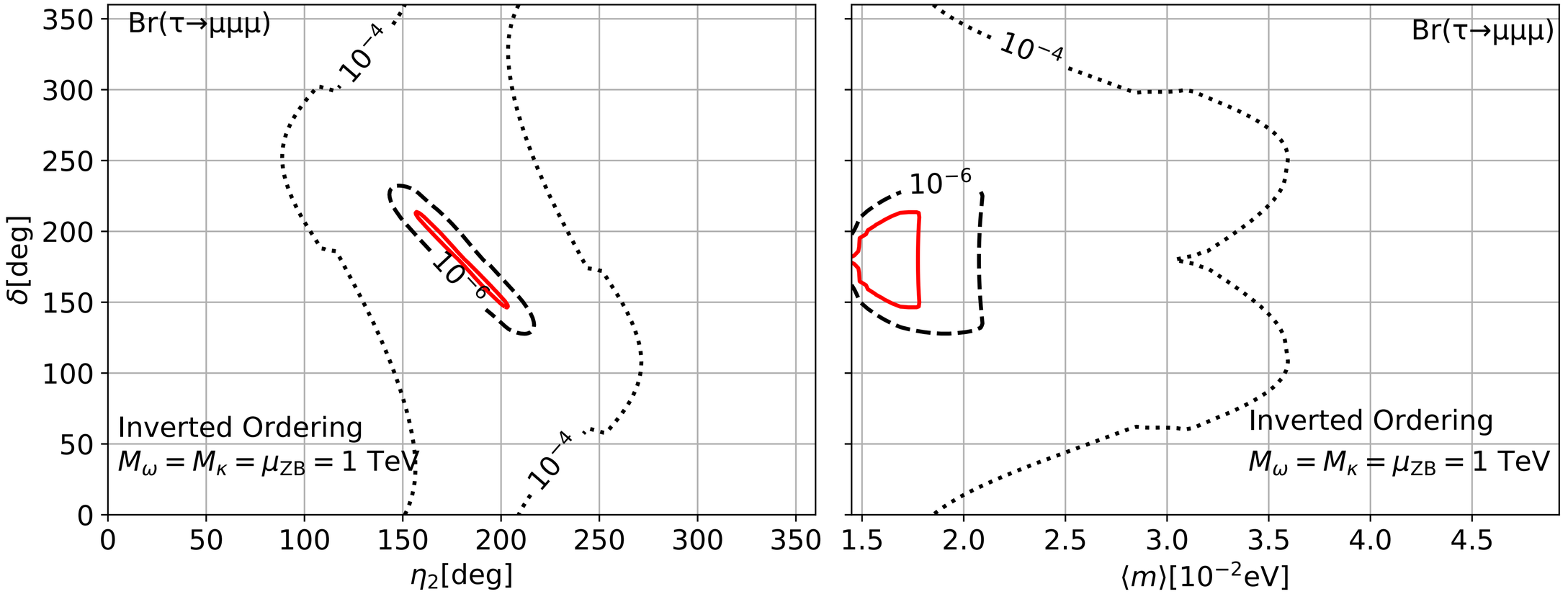


(現在の制限では $M_\omega = M_\kappa = \mu_{ZB} = 1\,\mathrm{TeV}$ はすでに禁止されている。)

逆ヒエラルキー(IH)の場合

$\mathrm{Br}(\mu \to \mathrm{e}\gamma) = 4.3 \times 10^{-13}$に固定

Y. Irie, O. Seto, T.S., Phys. Lett. B820 (2021)



基本的にNOの場合よりも制限がきつい

ただし, $Y_{22} = 0$となる振動パラメータに対しては, $\mathrm{Br}(\tau \to \mu\bar{\mu}\bar{\mu})$への制限がゆるまる→$\mathrm{Br}(\mu \to \mathrm{e}\gamma)$が抑制される

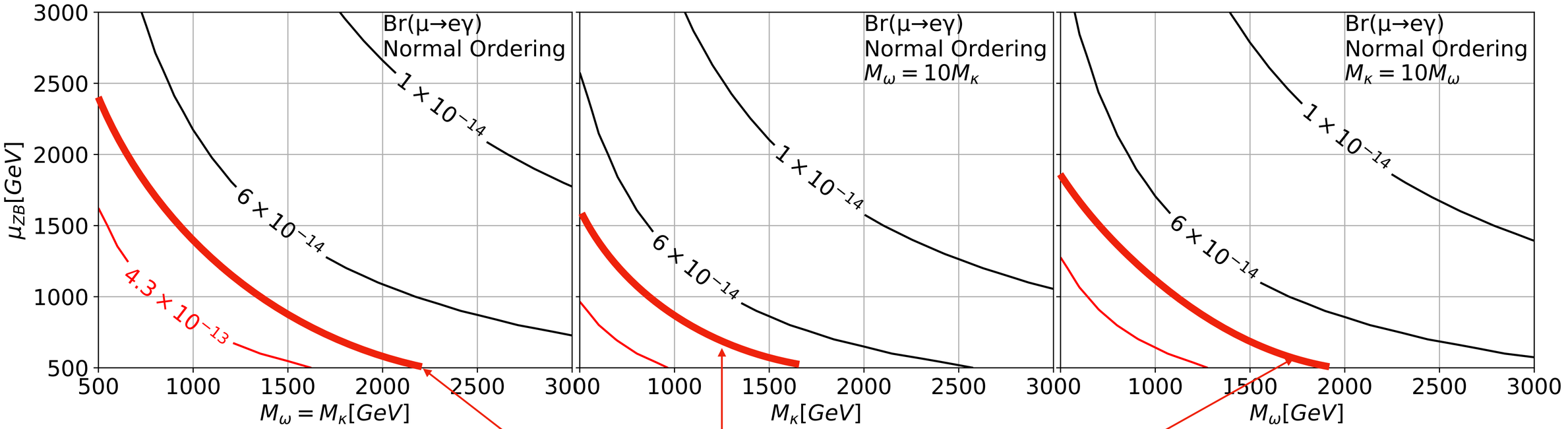
(Y_{23}を大きくしてf_{23}の値を小さくとれる)

スカラー質量や3点結合への制限

LFVへの寄与はスカラー質量と3点結合に強く依存する

赤線の左下がすでに死んでいる領域

Y. Irie, O. Seto, T.S., Phys. Lett. B820 (2021)



現在の制限はすでにこの辺になっている

この模型は、スカラーを重くしていくことで制限を緩くすることができる → LFVに下限がある模型はあるか？

別な例：Krauss-Nasri-Trodden模型

暗黒物質候補を含む模型としてKNT模型を考える

	Spin	SU(3)	SU(2)	U(1)	Z_2
N_i	1/2	1	1	0	−
S_1^+	0	1	1	1	+
S_2^-	0	1	1	−1	−

一番軽いN_1が暗黒物質候補になる

これらの粒子の質量には上限があり得る

新粒子の質量スケールが大

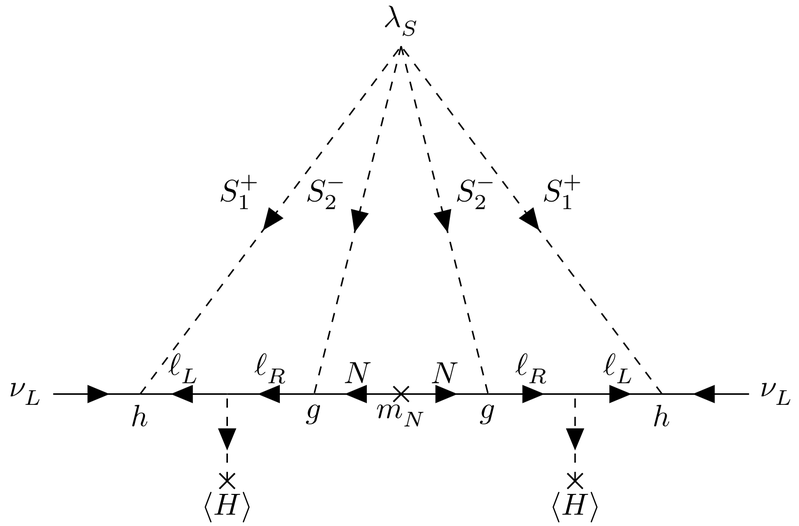
↓

大きな結合定数が必要

↓

摂動的な扱いの破綻

L. Krauss, S. Nasri, and M. Trodden, PRD67, 085002 (2003)



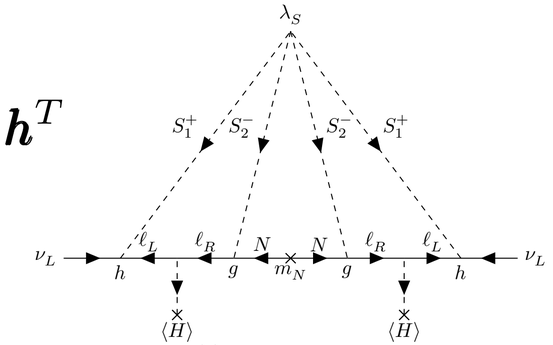
3ループ＆レプトン質量による抑制はかなり強い

KNT模型におけるニュートリノ質量とLFV

$$\boldsymbol{M_\nu} = \frac{\lambda_S}{4(4\pi)^3 m_{S_1}} \boldsymbol{h} \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix} \boldsymbol{g}^T \begin{pmatrix} f_1 & 0 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 \\ 0 & 0 & f_3 \end{pmatrix} \boldsymbol{g} \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix} \boldsymbol{h}^T$$

反対称行列　　3×3行列

$$f_I = f(x_I, y)$$

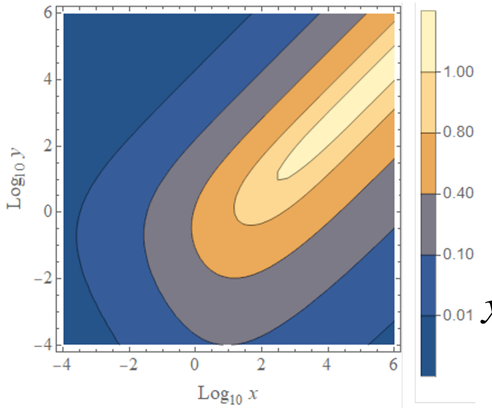


$$\boldsymbol{h} = \begin{pmatrix} 0 & h_{12} & h_{13} \\ -h_{12} & 0 & h_{23} \\ -h_{13} & -h_{23} & 0 \end{pmatrix}$$

$f(x_I, y)$：ループ関数

$$m_{S_2}^2 \ll m_{S_1}^2 \sim 30 m_{N_1}^2$$

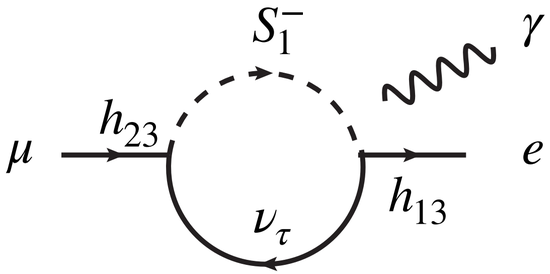
で最大化（～1）



$$x_I = \frac{m_{N_I}^2}{m_{S_2}^2}, \quad y = \frac{m_{S_1}^2}{m_{S_2}^2}$$

必然的にLFVを引き起こす

特に$\mu \to e\gamma$から来る制限を考慮する必要あり



- m_{S1}^2が大きいほど抑制される
- $h_{12}h_{23}$が大きいほど大きくなる

※これ以外に$S_2^\pm$の寄与もありえる → 効かないように仕組むことは可能

まず考える問題

- ニュートリノ質量行列を再現
- LFVの制限を回避
- 無次元定数が全て1以下（素朴な制限）

これらを満たす模型への制限は？

LFVからの制限

O. Seto, TS, T. Tsuyuki, PRD105, 095018(2022)

まずは$S_1^{\pm}$の寄与のみを考慮する
必ずLFVを引き起こす

$$\mathrm{Br}(\mu \to e\gamma) \simeq \frac{\alpha^2}{768\pi G_F^2 m_{S_1}^4} |h_{13} h_{23}^*|^2$$

$$\downarrow \quad m_{S_1} < 7.39 \times 10^4 \ \mathrm{Gev} \left(\frac{0.02 \ \mathrm{eV}}{|(M_\nu)_{\tau\tau}|} \right) |h_{23}|^2 n_{\mathrm{eff}}$$

$$\mathrm{Br}(\mu \to e\gamma) > 7.45 \times 10^{-16} \frac{|h_{13}|^2}{|h_{23}|^6 n_{\mathrm{eff}}} \left(\frac{(M_\nu)_{\tau\tau}}{0.02 \ \mathrm{eV}} \right)$$

ニュートリノ質量が$m_1 < m_2 < m_3$(NO)のとき

$k' \equiv \dfrac{h_{13}}{h_{23}} \sim 0.3 < 1$より$h_{13} < h_{23} \leq 1$ ⇒ $\mathrm{Br}(\mu \to e\gamma) > 5.0 \times 10^{-18} \left(\dfrac{|(M_\nu)_{\tau\tau}|}{0.02 \ \mathrm{eV}} \right)^4 \left(\dfrac{n_{\mathrm{eff}}}{2} \right)^{-4} \left(\dfrac{|k'|}{0.329} \right)^2$

ニュートリノ質量が$m_3 < m_1 < m_2$(IO)のとき

$k' \sim 5 > 1$より$h_{23} < h_{13} \leq 1$ ⇒ $\mathrm{Br}(\mu \to e\gamma) > 7.4 \times 10^{-13} \left(\dfrac{|(M_\nu)_{\tau\tau}|}{0.02 \ \mathrm{eV}} \right)^4 \left(\dfrac{n_{\mathrm{eff}}}{2} \right)^{-4} \left(\dfrac{|k'|}{5.01} \right)^6$

他のモードに対する制限はこれよりも弱い。

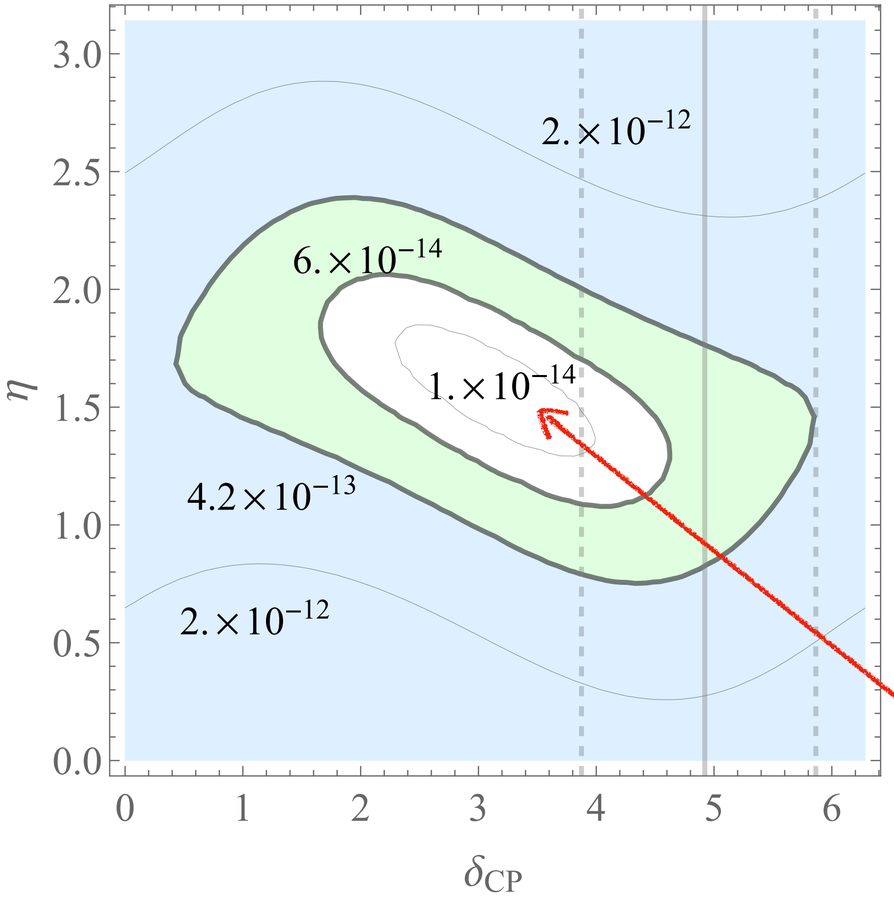
IOのときには十分強い制限が加わる

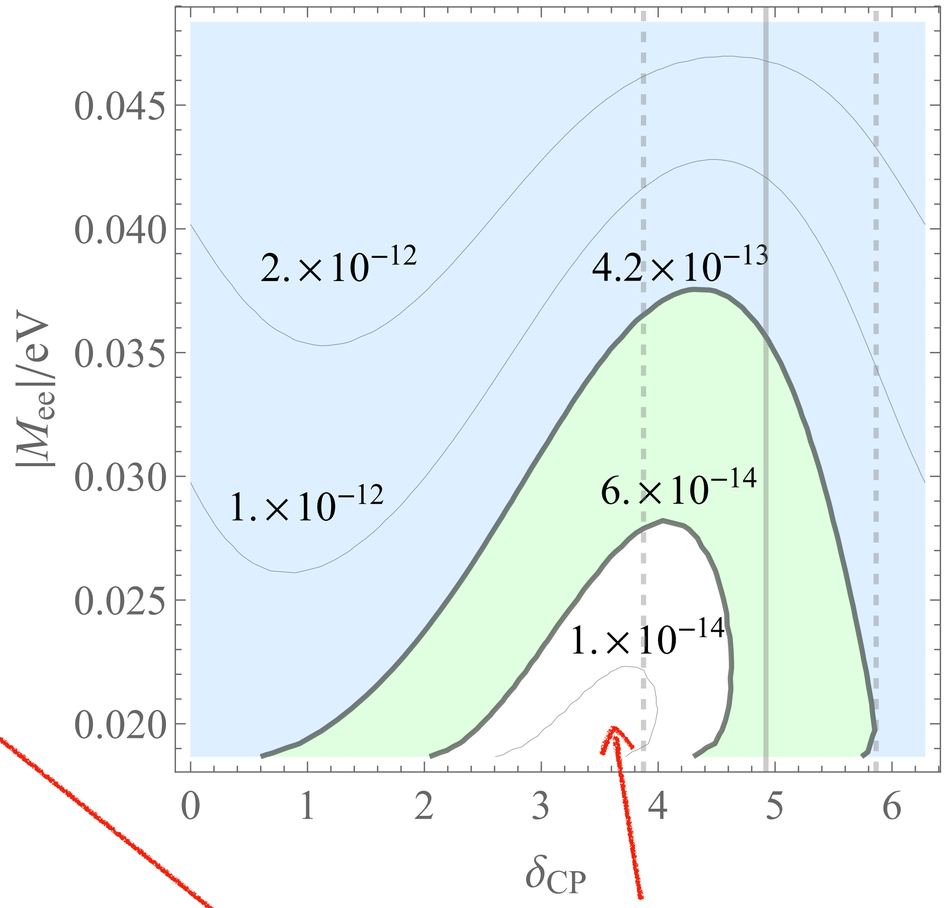
ニュートリノ質量行列への制限

NOのときには制限なし

他の振動パラメータはベストフィットの値に固定

O. Seto, TS, T. Tsuyuki, PRD105, 095018(2022)





$n_{\rm eff} = 2$の場合　$m_{N_1} \lesssim m_{S_2} \ll m_{N_{2,3}} \simeq m_{S_1}/5.43$

$g_{22} = g_{32} = 1$

$(M_\nu)_{\tau\tau}$が非常に小さくなる領域

暗黒物質とLFV

O. Seto, TS, T. Tsuyuki, PRD105, 095018(2022)

暗黒物質の対消滅断面積: $\langle\sigma v\rangle \simeq \dfrac{m_{N_1}^2(m_{N_1}^4+m_{S_2}^4)}{8\pi(m_{N_1}^2+m_{S_2}^2)^4}\dfrac{1}{x_f}\left|\sum_i g_{1i}\right|^2$

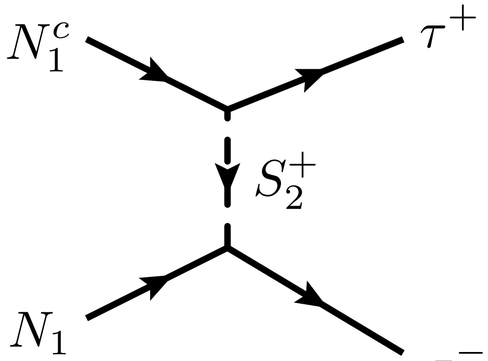
$$\boldsymbol{g} = \begin{array}{c} \begin{matrix} e & \mu & \tau \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & g_{12} & g_{13} \\ 0 & 1 & g_{23} \\ 0 & 1 & g_{33} \end{pmatrix} \end{array} \begin{matrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{matrix}$$

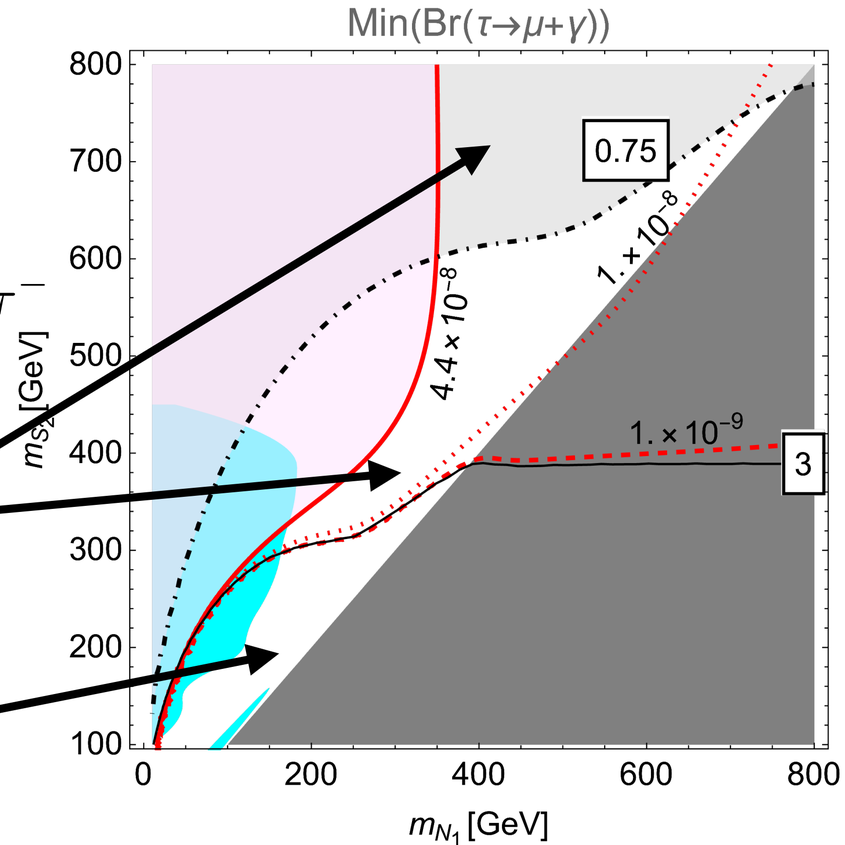
残存量は $\Omega_{N_1}h^2 \simeq 0.12\dfrac{2.9\times10^{-9}\ \mathrm{GeV}^{-2}}{\langle\sigma v\rangle}$

結合定数が1より小さいとする: $|g_{1i}|<1$

B($\mu\to e\gamma$)への寄与を避けるには$g_{1e}^* g_{1\mu}\simeq 0$が必要

$x_f \sim 1/20$





3つ以上のg_{1i} が必要

2つ以上の g_{1i}が必要
$\tau\to\mu\gamma$ もしくは $\tau\to e\gamma$が大きくなる

1つの g_{1i} でOK

摂動論的であることの制限を再考する

先程の解析では湯川結合定数がすべて1より小さいという素朴な制限を採用した

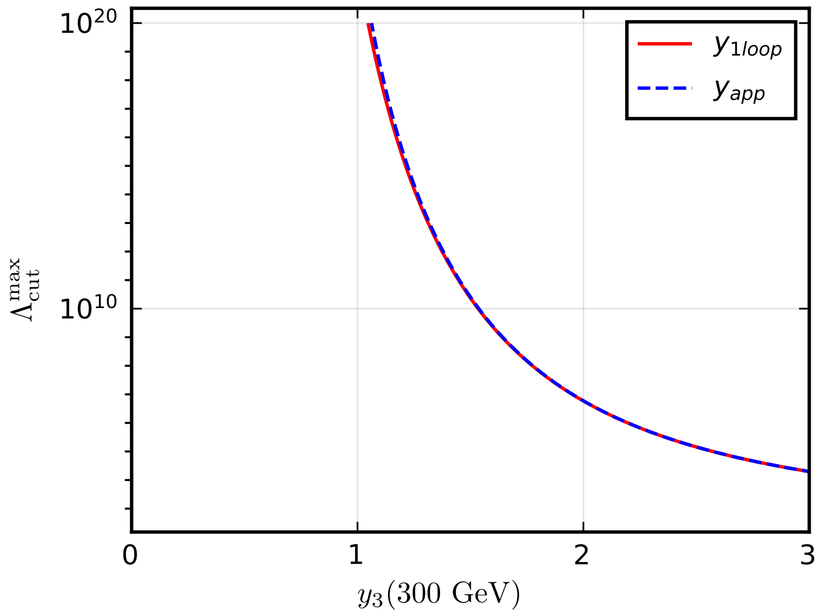
この条件を再考したい

背後にGUT等、より基本的な理論があると期待

本当はRGの振る舞いを考慮した制限を議論するべき

KNT模型をよりシンプルにした模型で試行する（NとS$_2$だけ）

湯川結合のRG



$$\mathcal{L}_N = -y_i \bar{e}_{Ri} N^c S^- + \frac{1}{2}(M_N)\bar{N}N^c + \text{h.c.}$$

湯川の値自体に対する制限だけなら $y \simeq 1$

カットオフがプランクスケールでもOK

スカラーポテンシャルのRGE

実はスカラーポテンシャルのふるまいの方が強い制限を与える

$$V = \mu_H^2 H^\dagger H + \frac{\lambda_H}{2}(H^\dagger H)^2 + \mu_S^2 |S^+|^2 + \frac{\lambda_S}{4}(S^+ S^-)^2 + \lambda_{SH} S^+ S^- |H|^2$$

SM　　$S^\pm$　　ポータル結合

一般に、スカラー4点結合のベータ関数は　$\beta_\lambda = a_0 \lambda^2 + \sum a_i \lambda_i^2 + b\lambda Y^2 - cY^4$

引き上げる　　引き下げる

- 大きな湯川結合 ➡ 不安定な真空が出現する危険性
- 大きな4点結合 ➡ 摂動論が破綻する危険性

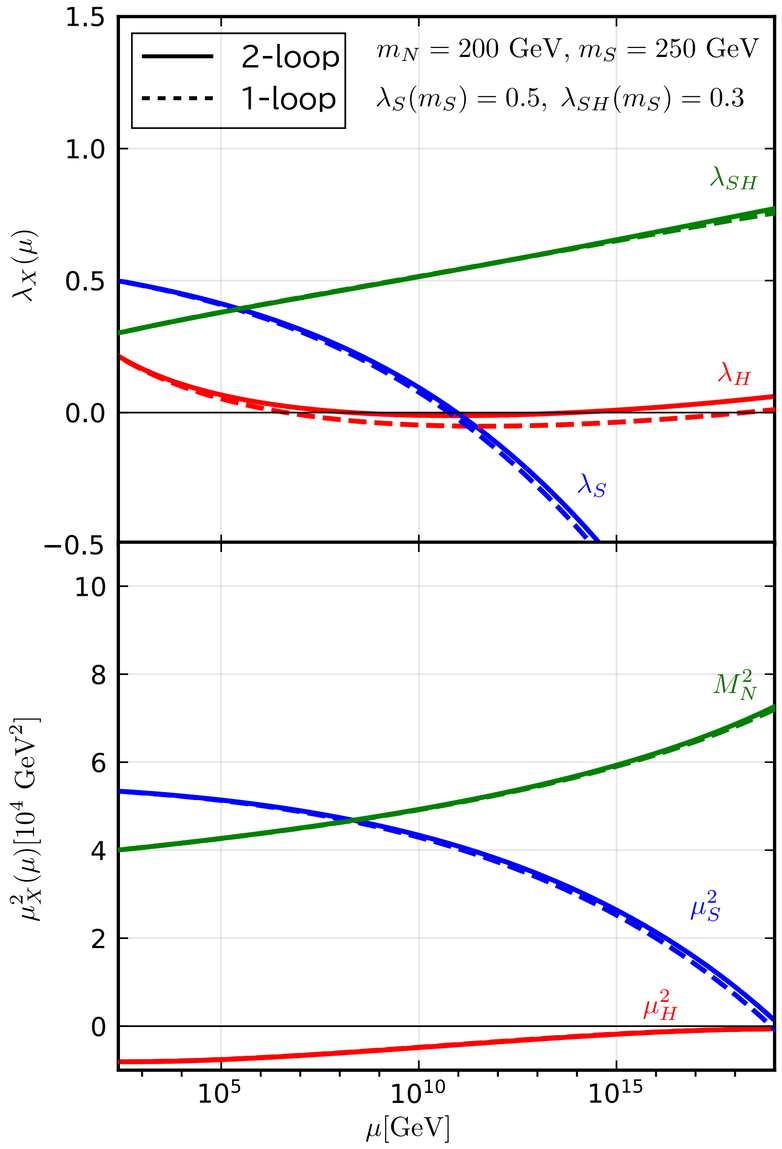
大きな m_N, m_S ➡ 残存量を説明するために大きな y ➡ 不安定な真空

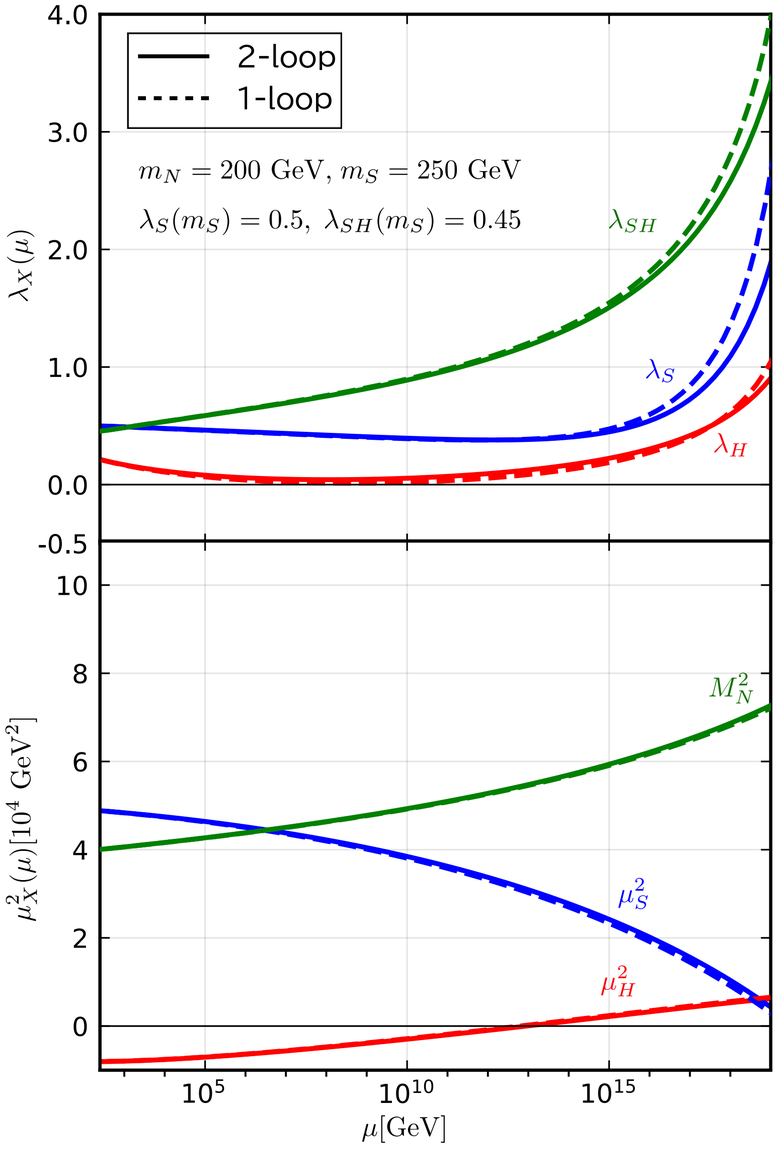
一方　真空が不安定なるのを避けるには大きな λ_i が必要 ➡ 摂動論の破綻

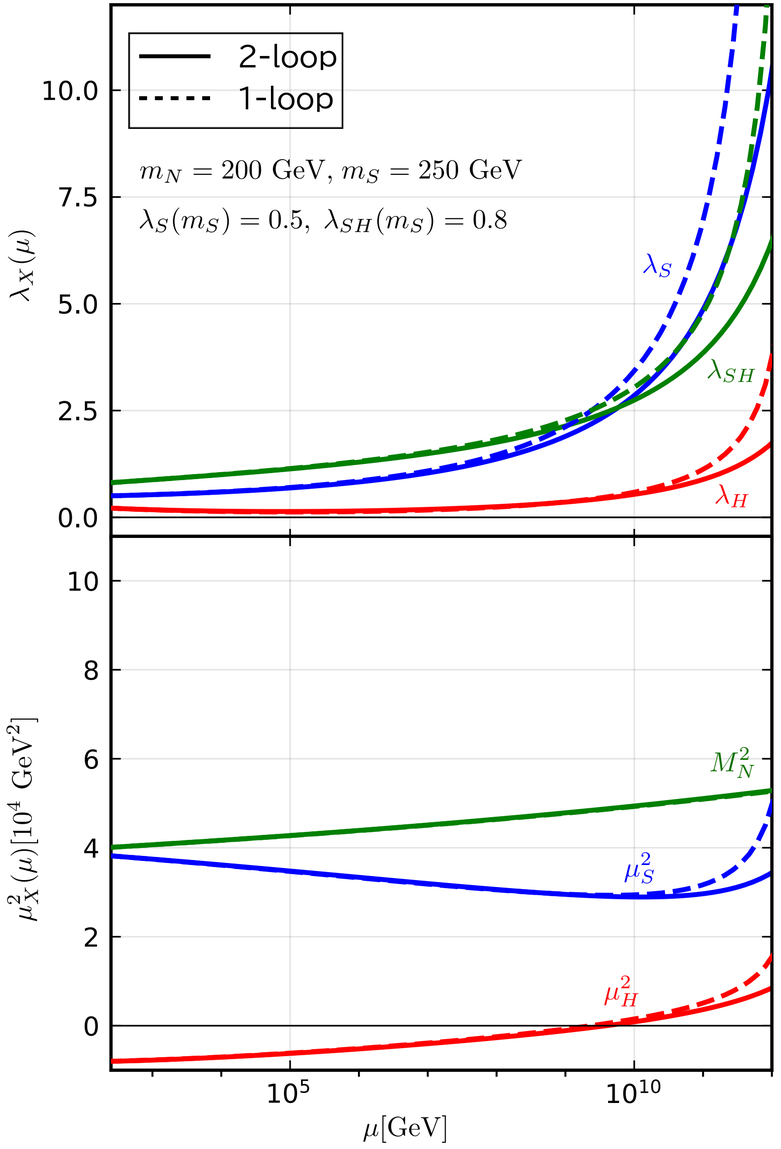
数値解析

O. Seto, T.S, and T. Tsuyuki, Phys. Rev. D112, 095048(2025)

比較的軽めの質量領域 $m_N = 200\,\mathrm{GeV}\,, m_S = 250\,\mathrm{GeV}$ ➡ $y \simeq 0.9$



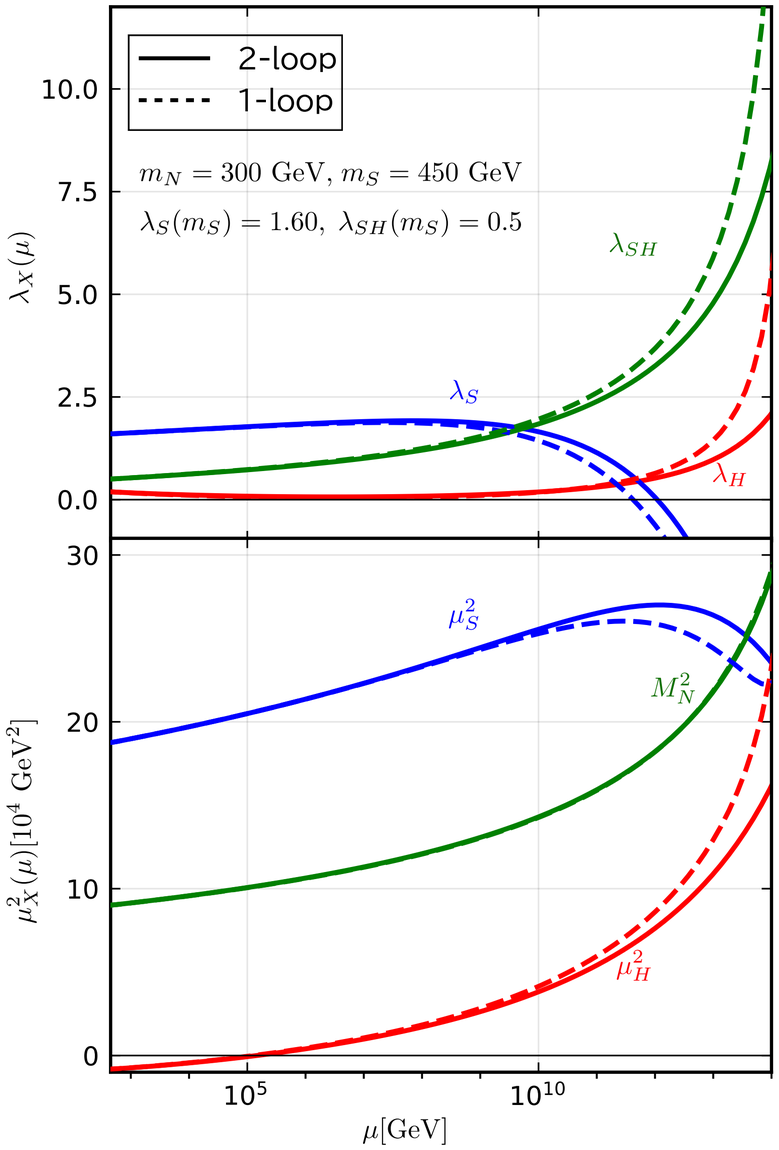


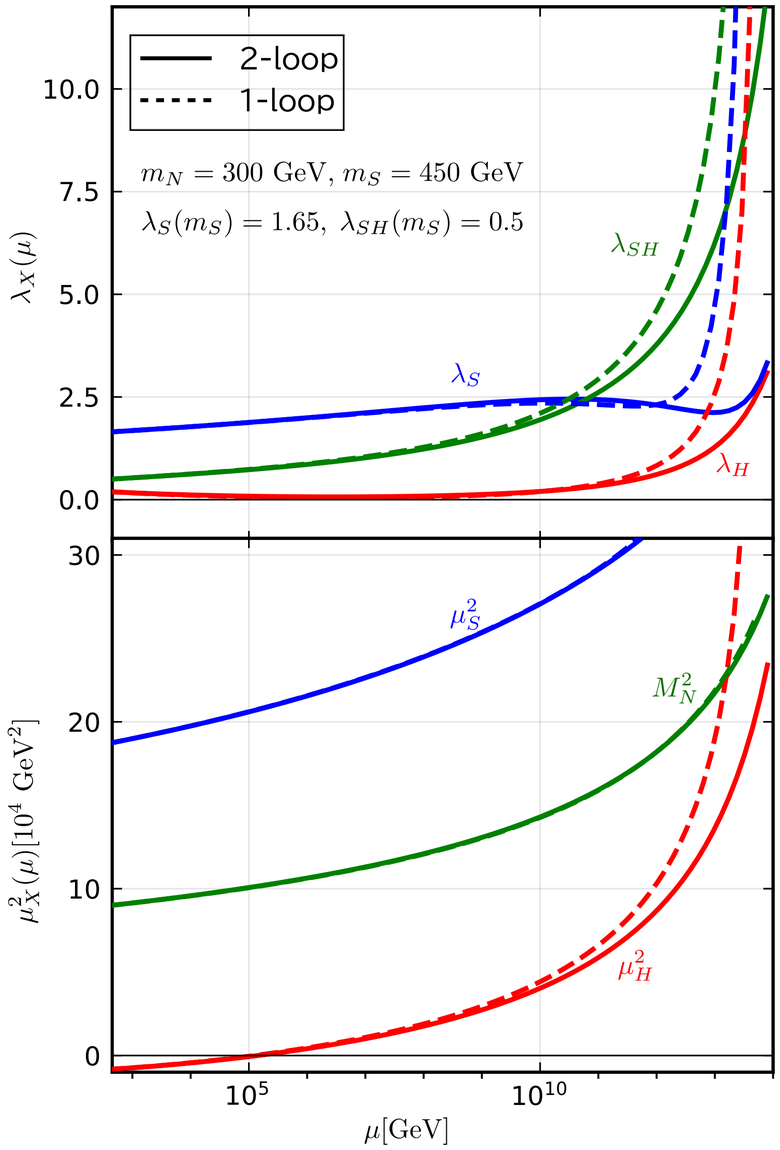


数値解析

O. Seto, T.S, and T. Tsuyuki, Phys. Rev. D112, 095048(2025)

大きめの質量領域の場合 $m_N = 300\,\mathrm{GeV}\,, m_S = 450\,\mathrm{GeV}$ ➡ $y \simeq 1.2$





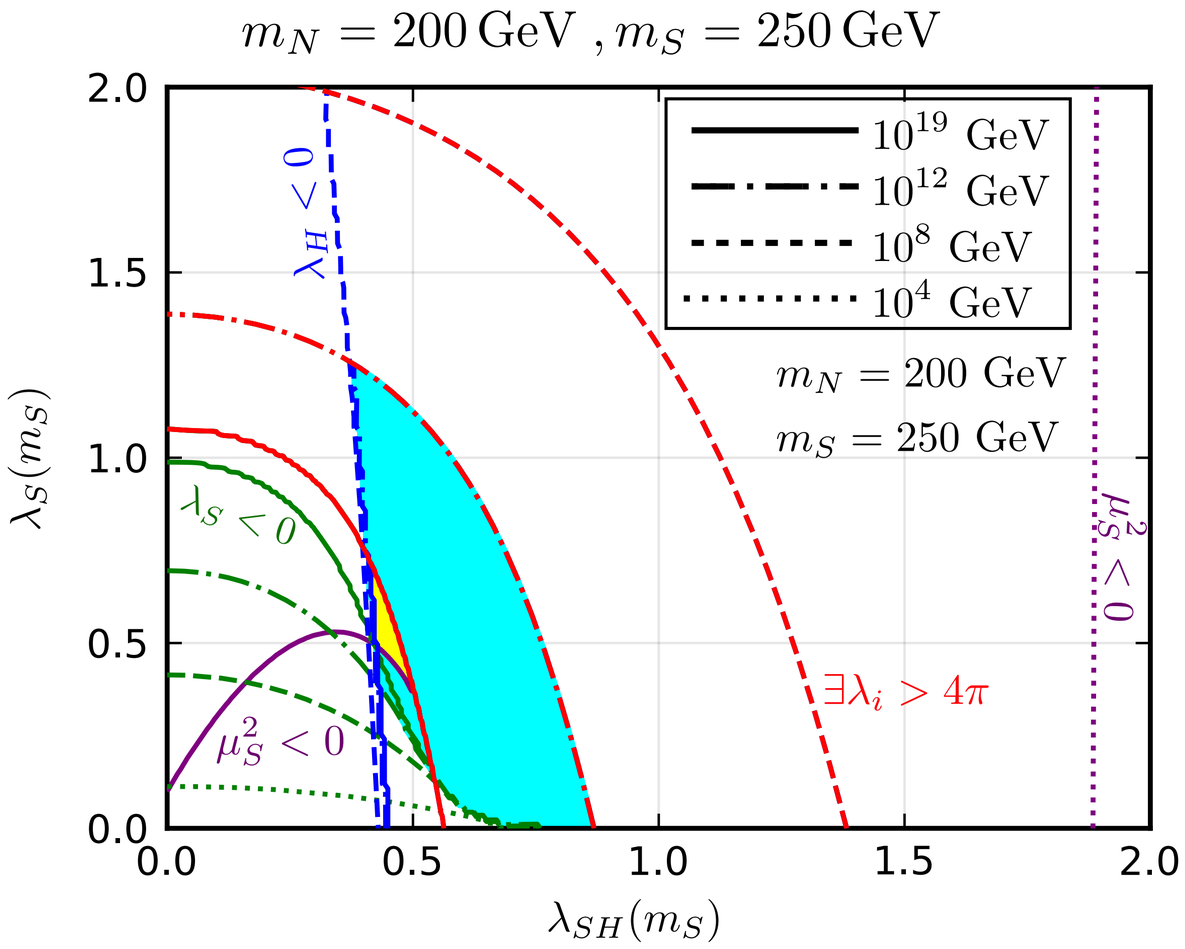
yが大きくなると理論が破綻しやすくなる

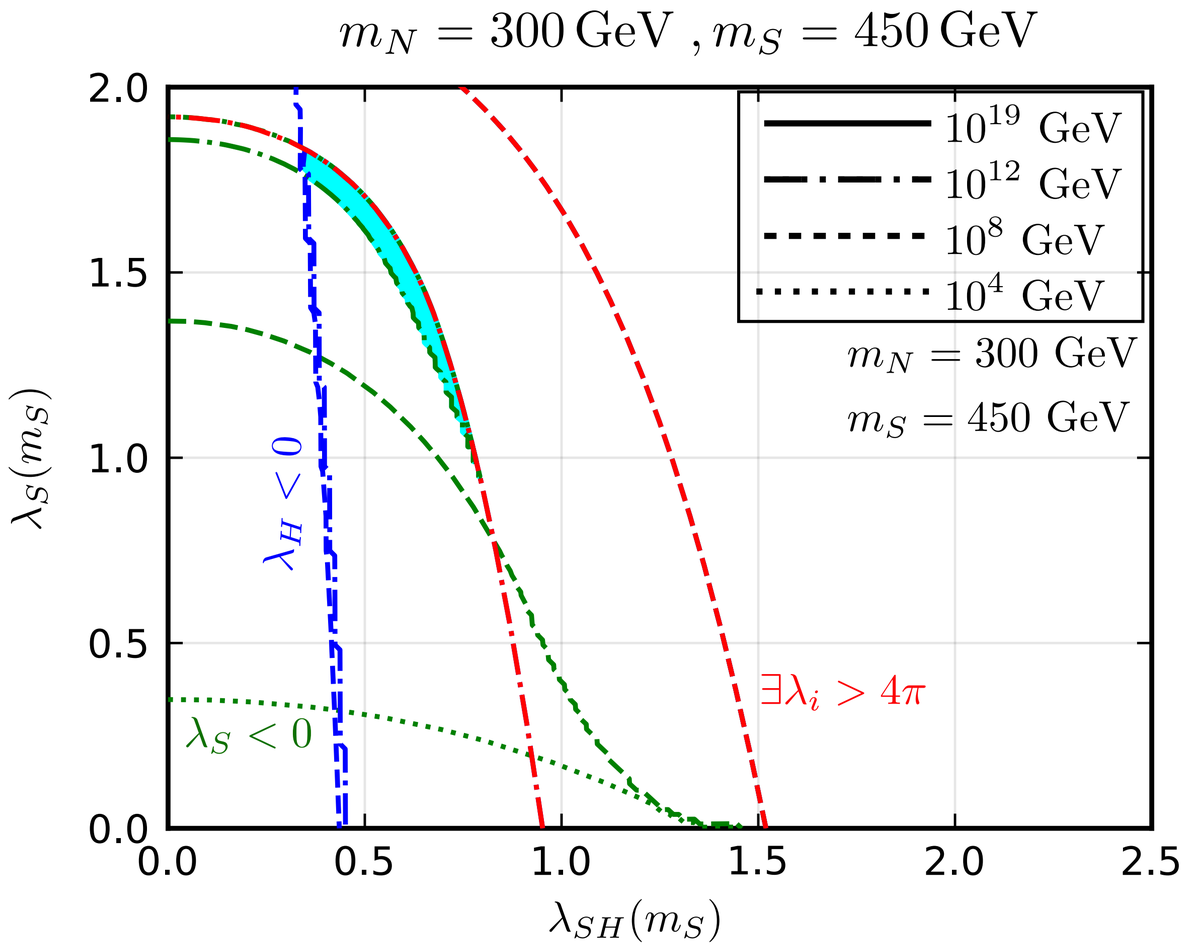
カットオフスケールの上限を高くするためには定数の調整が必要

カットオフスケールの上限

O. Seto, T.S, and T. Tsuyuki, Phys. Rev. D112, 095048(2025)

様々な λ_S　λ_{SH} に対するカットオフスケールの上限



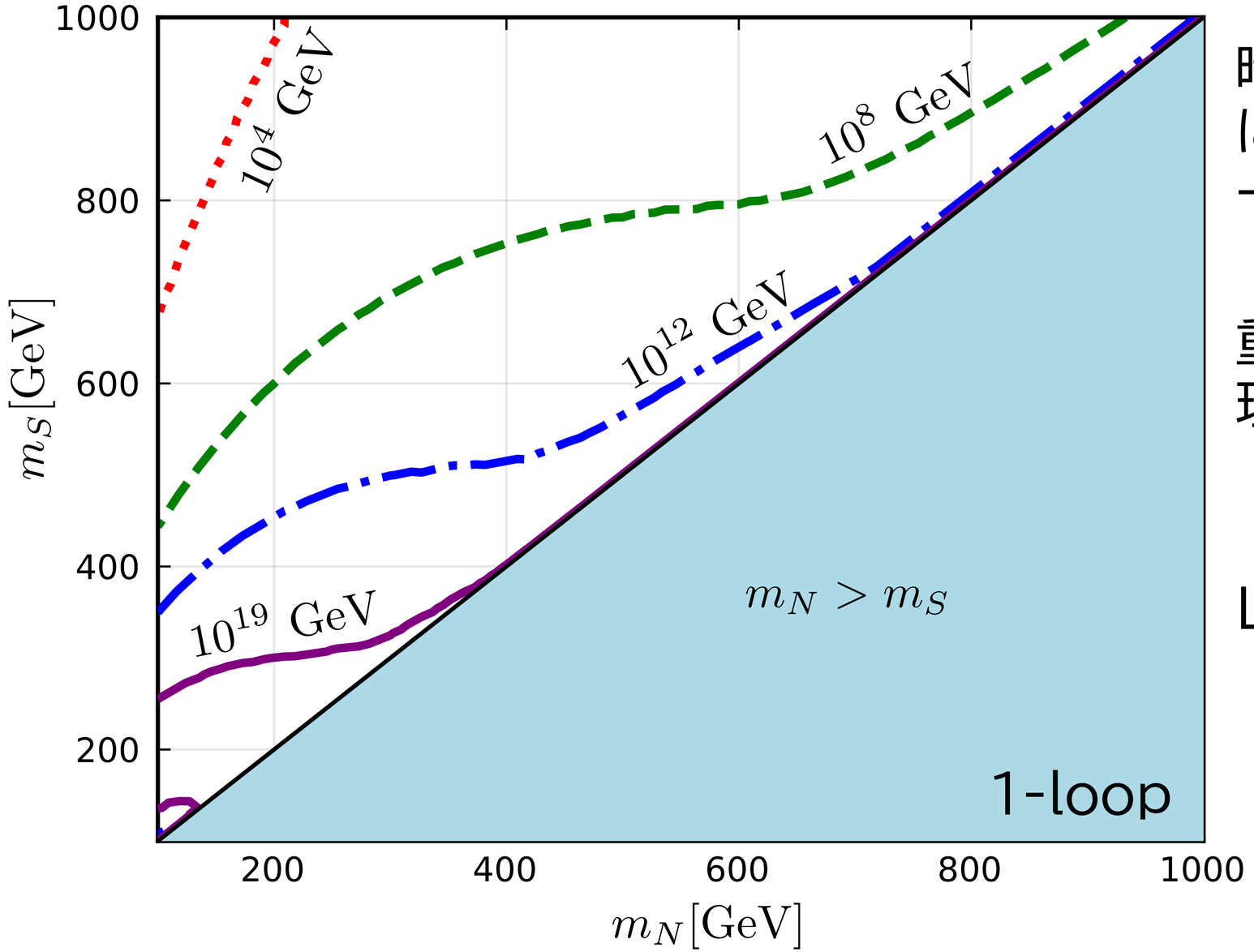


(1-loop RGEで評価)

プランクスケールより手前で理論が破綻

暗黒物質の質量とカットオフスケール

O. Seto, T.S, and T. Tsuyuki, Phys. Rev. D112, 095048(2025)



暗黒物質とメディエータの質量によって、理論のカットオフスケールの上限が決まる

重い領域では、低いスケールで理論が切り替わる必要がある

LFVの議論は今後の課題

まとめ

- 標準模型の問題点を解決するために様々な現象論的模型が提案されている
- 輻射シーソー模型は比較的低いエネルギースケールの新物理で微小ニュートリノ質量を説明する模型
- 新物理の導入にともなって、フレーバー物理への寄与がある
- 一般的には多くのパラメータが導入される
  - あるクラスの模型については、LFVやニュートリノパラメータの予言に相関
  - 具体例：Zee-Babu模型、KNT模型
  - KNT模型ではLFVの予言に下限がある
- **スカラーセクターの拡張を伴う新物理模型では、スカラーポテンシャルのスケール依存性も重要**
  - 真空の不安定性　or ランダウポールの出現
  - 理論が破綻するより手前にカットオフスケールがあると期待

スカラーセクターのRGEの振る舞いは拡張模型のUVを考える際に重要！

スカラーセクターのスケール依存性とUV描像

