



定在波空洞における非クレスト加速条件での 過渡的ビームローディングの補償

栗木雅夫(広島大院先進理工)

概要

定在波空洞における非クレスト加速条件での過渡的ビームローディングの補償

非クレスト加速におけるビームローディングの補償

- リニアコライダーで必要な電子・陽電子は大量の入射ビームが必要。
- 電子ドライブILC陽電子源では6.15ns間隔の66マルチバンチ加速で陽電子を生成・捕捉する。
- 陽電子は減速位相に乗せられ、加速位相へとスリップすることでRFバケツに捕捉される。
- 陽電子の乗る加速位相は $\cos \pi$ から $\cos 0$ に向けて移動していく。通常のビームローディング補償はcrest加速を仮定しているので、off crest加速では後方バンチの感じるRFの振幅と位相が徐々に変化するという問題を生じる。この解決法と現実的な調整方法について検討する。



CONTENTS

1

ILC陽電子キャプチャーライナックの概要

ILC陽電子源、とくにAPS定在波型空洞によるキャプチャーライナックの概要を説明

2

ビームローディングの補償

定在波型空洞におけるoff crest加速条件におけるビームローディングとその抑制法について説明

3

ライナックチューニング法

個々の加速管のビームローディング量（位相）が不明という条件でチューニング方法について検討

4

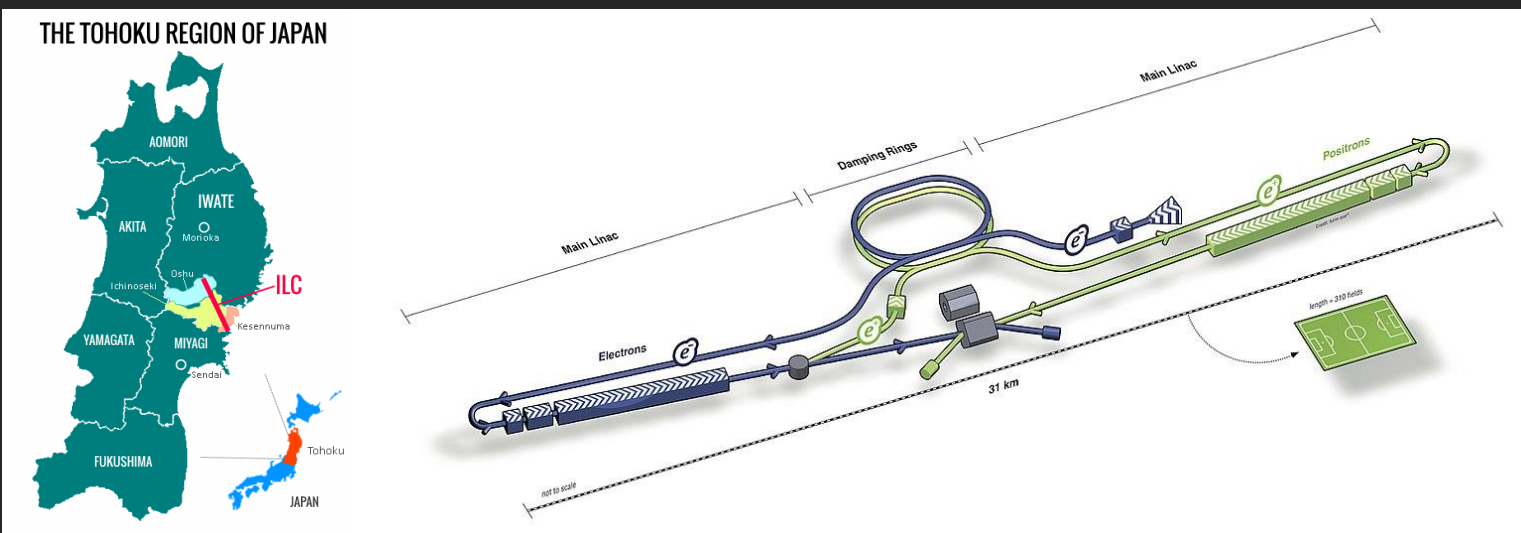
結論と課題

バンチ列における陽電子密度（バンチ電荷）が誤差範囲内で均一になること、そして課題をしめす。

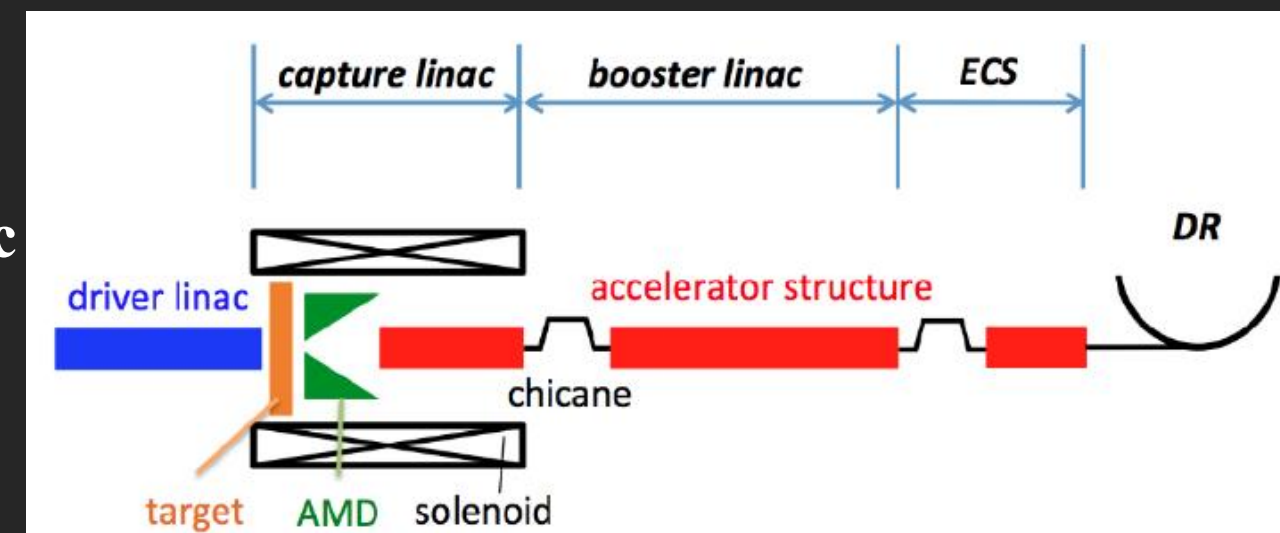


ILC陽電子キャプチャー ライナックの概要

ILC陽電子キャプチャーライナックの概要



3 GeV 4.0 nC electron driver
 19 mm W-Re rotating Target
 36 of L-Band SW (11cell APS) Linac
 Chicane to remove electron
 Booster: L and S-Band TW Linac
 ECS (Energy Compressor Section)

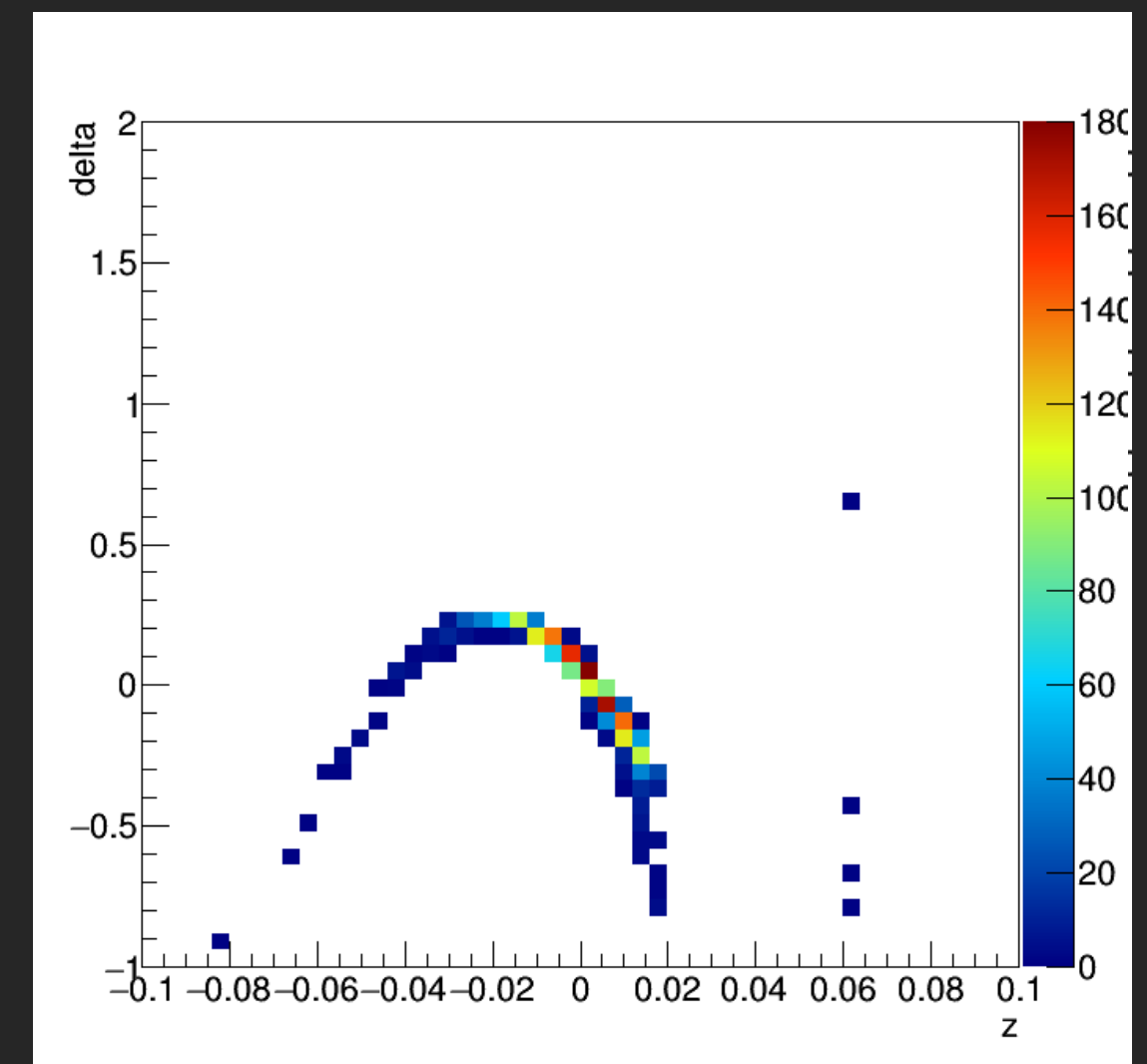


標的への電子ビーム (4.0 nC, 3.0 GeV)入射により生成された陽電子は、ソレノイド中に設置された定在波型空洞 (APS)によりRFバケツ中に捕捉。

陽電子は減速位相に置かれ、位相スリップにより加速位相へと移動。位置によりRF位相が変化する。

陽電子は6.15ns間隔の66バンチマルチバンチにより生成、加速される。

詳細は本学会中のFRPP66、金野他の発表、H. Nagoshi, et al., NIMA(953)163134(2020)



Parameter	Number	Unit
Frequency	1300	MHz
Shunt Impedance	31.5	MΩ/m
Aperture (2a)	60	mm
Q Value	24970	
Length	1.27	m
RF power	22.5	MW



ビームローディングの補償

空洞電場の過渡的変化(1)

RF入力による加速電場の発生

エネルギー保存から

$$\frac{dW}{dt} = P_{in} - P_r - P$$

電圧表示に変換する。

$$W = \frac{Q}{\omega R} V^2, \quad P = \frac{V^2}{R}$$

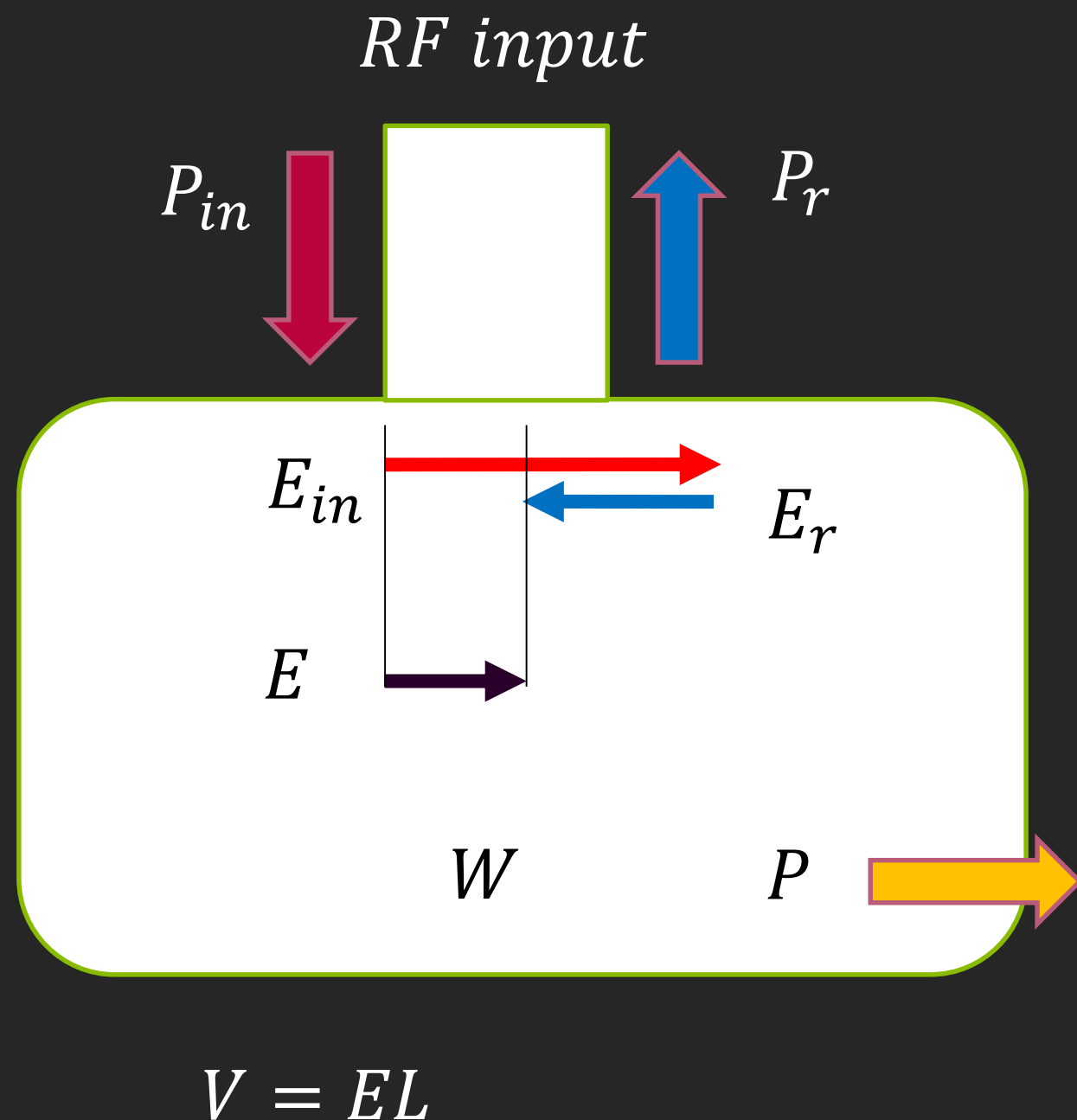
$$P_{in} = \frac{\beta V^2}{R}, \quad P_r = \frac{\beta (V_{in} - V)^2}{R}$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{(1 + \beta)\omega}{2Q} V + \frac{\omega}{Q} \sqrt{\beta R P}$$

この式は一階の微分方程式。初期値として、 $V = 0, P = P_0 u(t)$, $u(t)$ は階段関数とすると、この解は

$$V(t) = \frac{2\sqrt{\beta P_0 R}}{1 + \beta} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\tau = 2Q / (1 + \beta)\omega$$



空洞電場の過渡的変化(2)

ビーム負荷による減速場

エネルギー保存から

$$\frac{dW}{dt} = -I_B V - P$$

電圧表示に変換する。

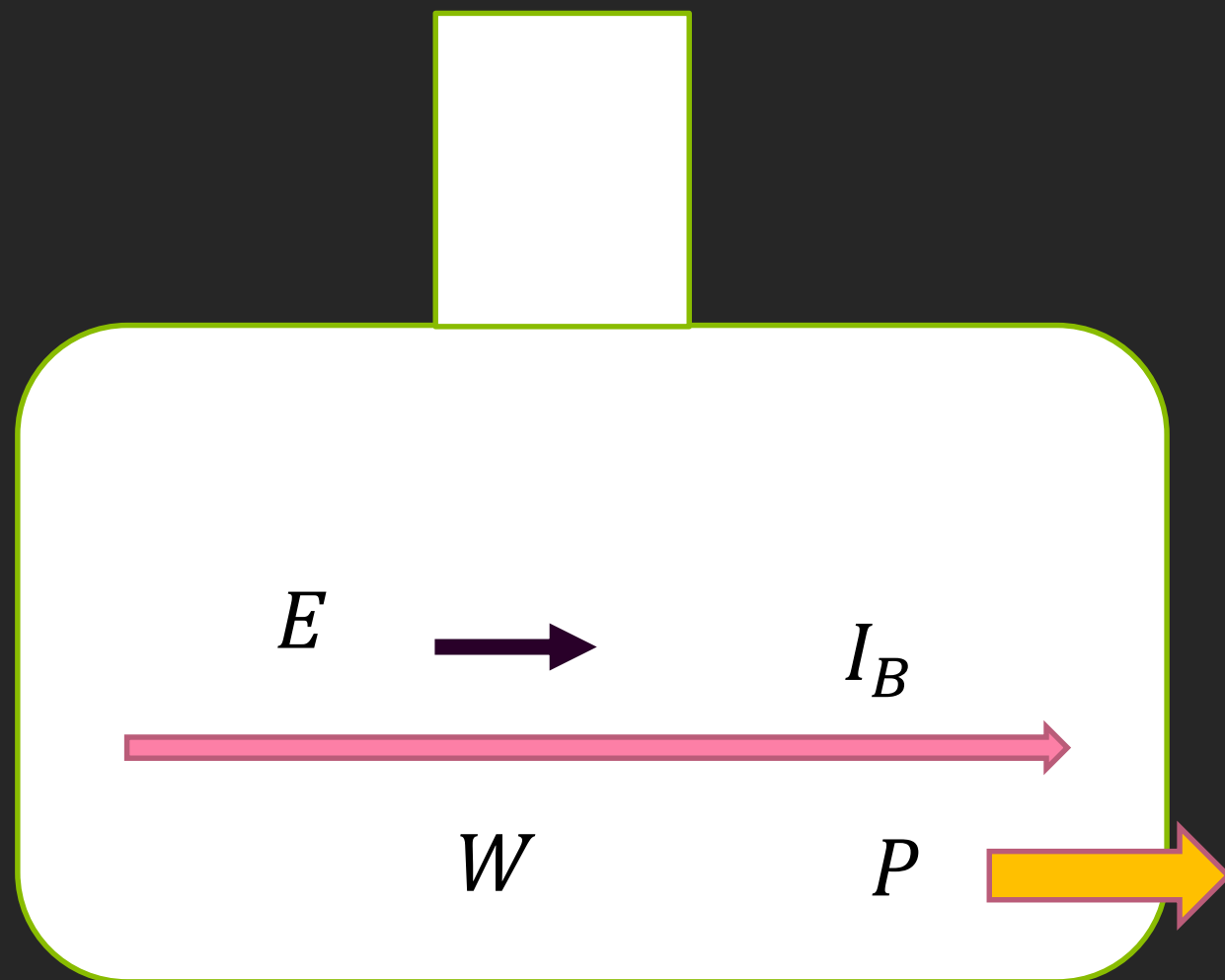
$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{\omega R I_B}{2Q} - \frac{(1 + \beta)\omega}{2Q} V$$

この式は一階の微分方程式。初期値として、 $V = 0, P = P_0 u(t)$, $u(t)$ は階段関数とすると、この解は

$$V(t) = -\frac{\omega R I_B}{1 + \beta} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\tau = 2Q / (1 + \beta)\omega$$



空洞電場の過渡的変化(3)

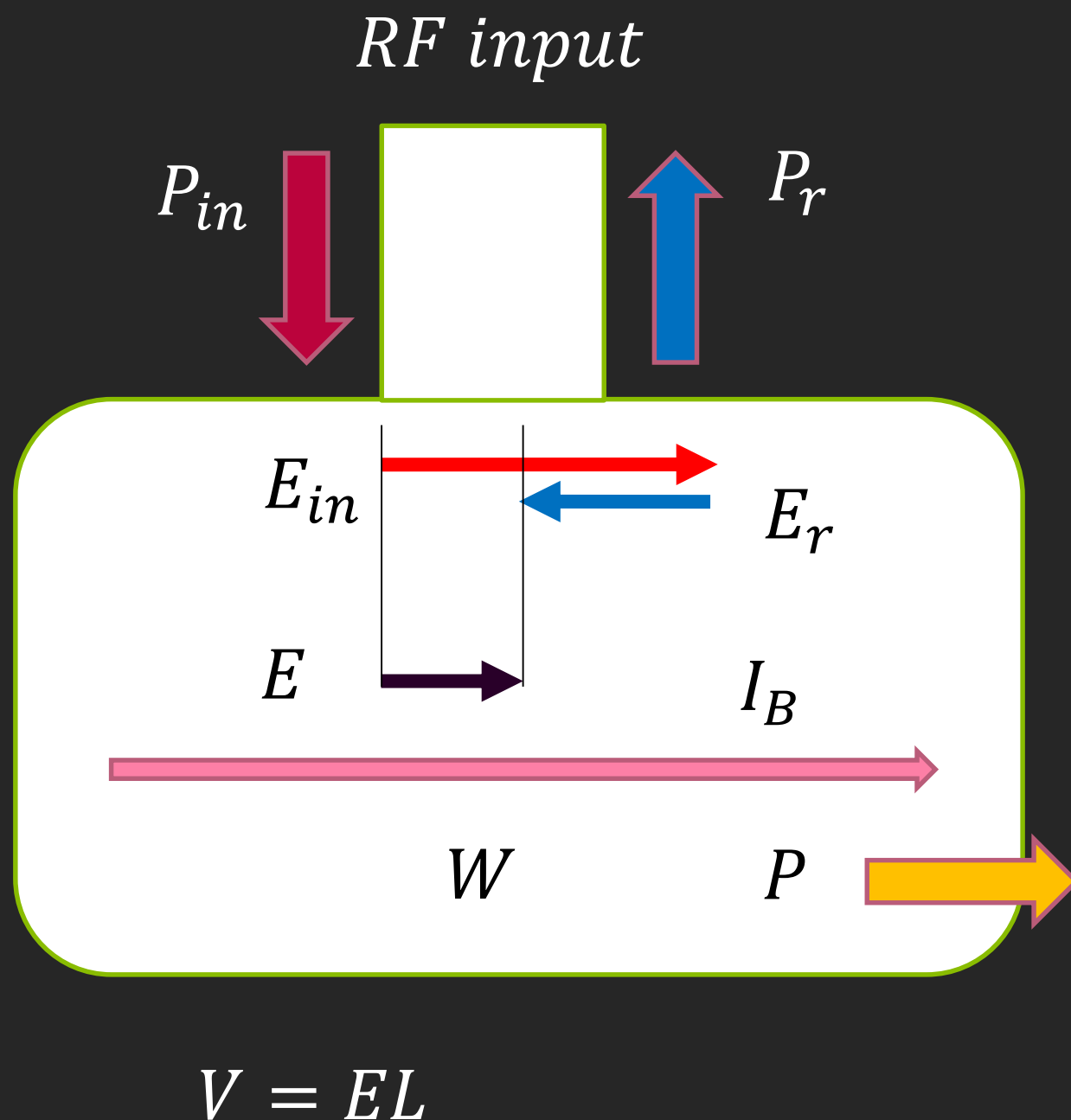
RF入力とビーム負荷がともにある場合

エネルギー保存から

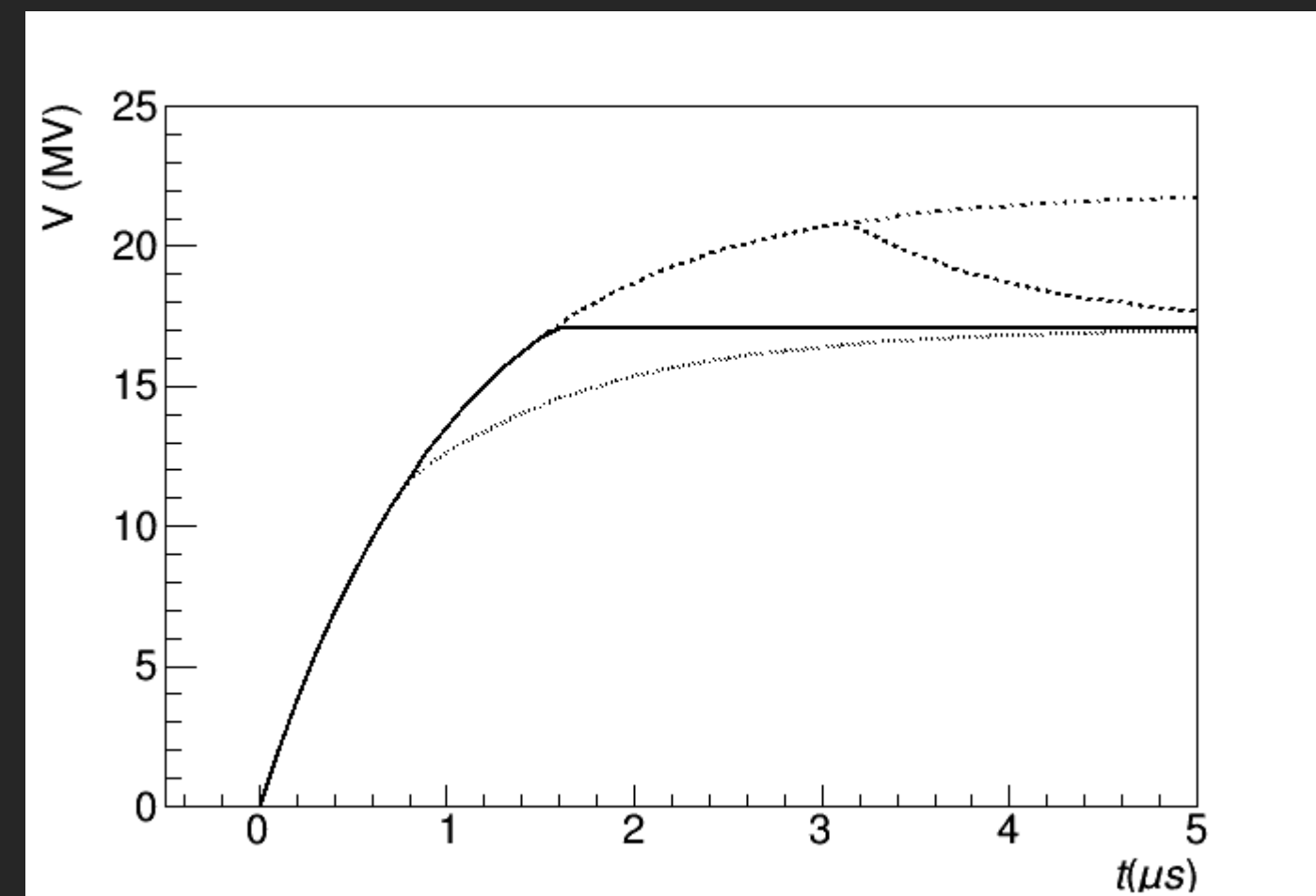
$$\frac{dW}{dt} = -I_B V + P_{in} - P_r - P$$

$V = 0, P = P_0 u(t), I_B = I_{B0} u(t - t_b)$ の条件での解

$$V(t) = \frac{2\sqrt{\beta P_0 R}}{1 + \beta} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) - \frac{\omega R I_{B0}}{1 + \beta} \left(1 - e^{-\frac{t-t_b}{\tau}}\right)$$



$t_b = -\tau \ln \left(\frac{I_{B0}}{2} \sqrt{\frac{RL}{BP_0}} \right)$ とすると、 V は時間的に一定となる。
(ビーム負荷の補償)



Beam 負荷の補償

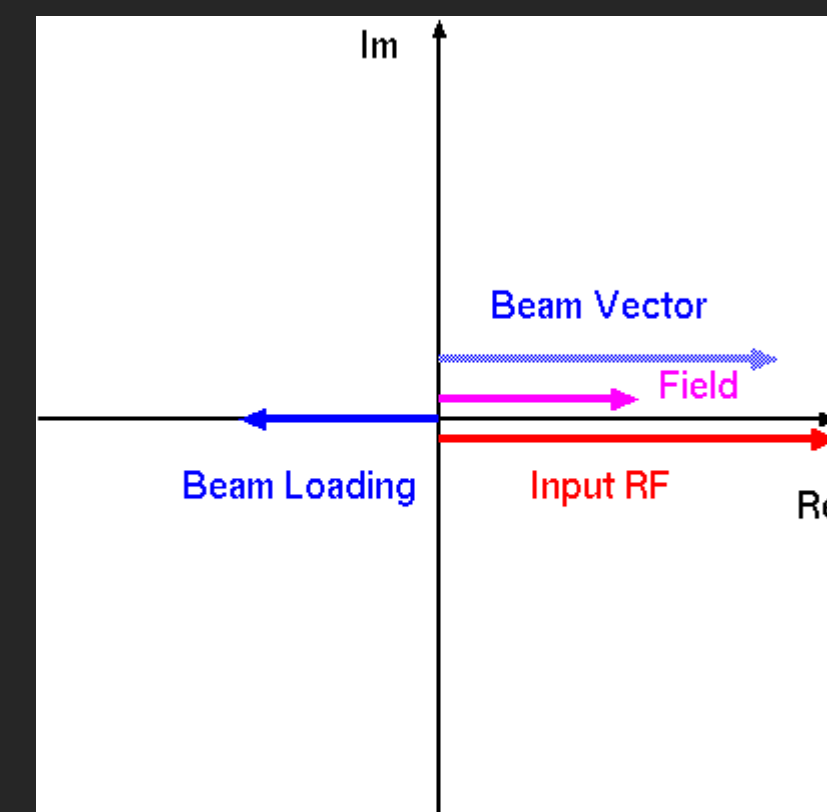
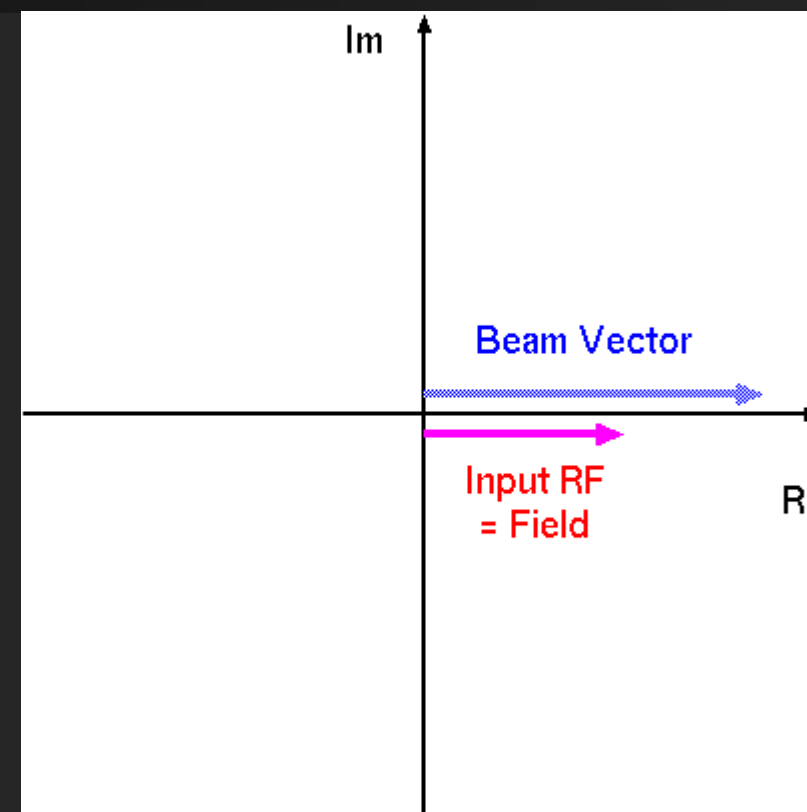
Off crest 加速時の位相制御

定在波型空洞の加速電圧 (crest 加速)

$$V(t) = \frac{2\sqrt{\beta PrL}}{1+\beta} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) - \frac{IrL}{1+\beta} \left(1 - e^{-\frac{t-t_b}{T}}\right) \quad T = \frac{2Q}{\omega(1+\beta)}$$

Input RF Beam Loading

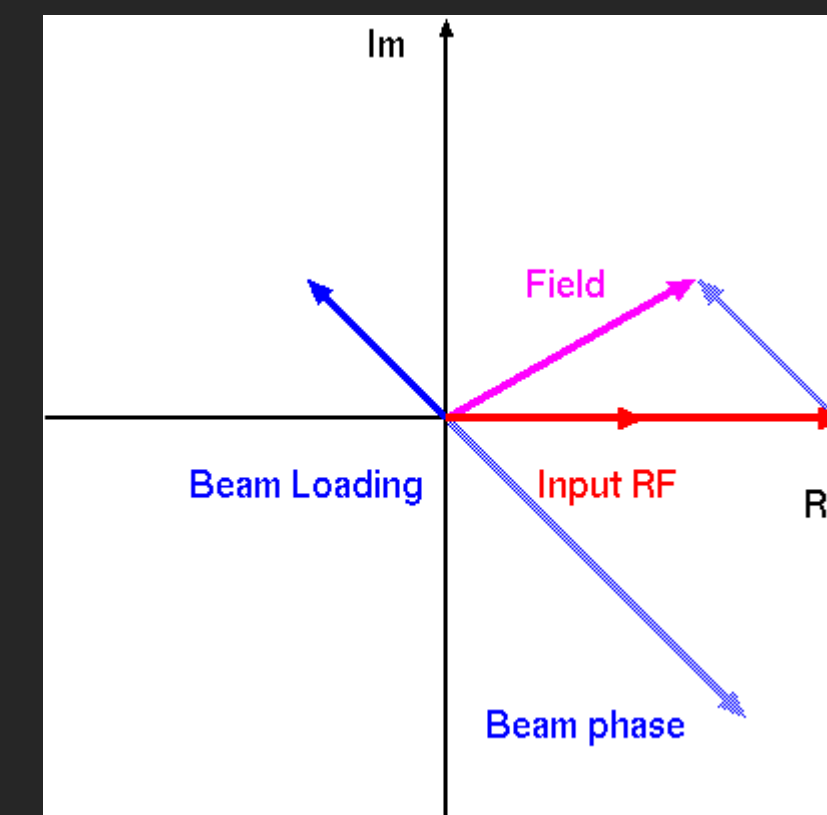
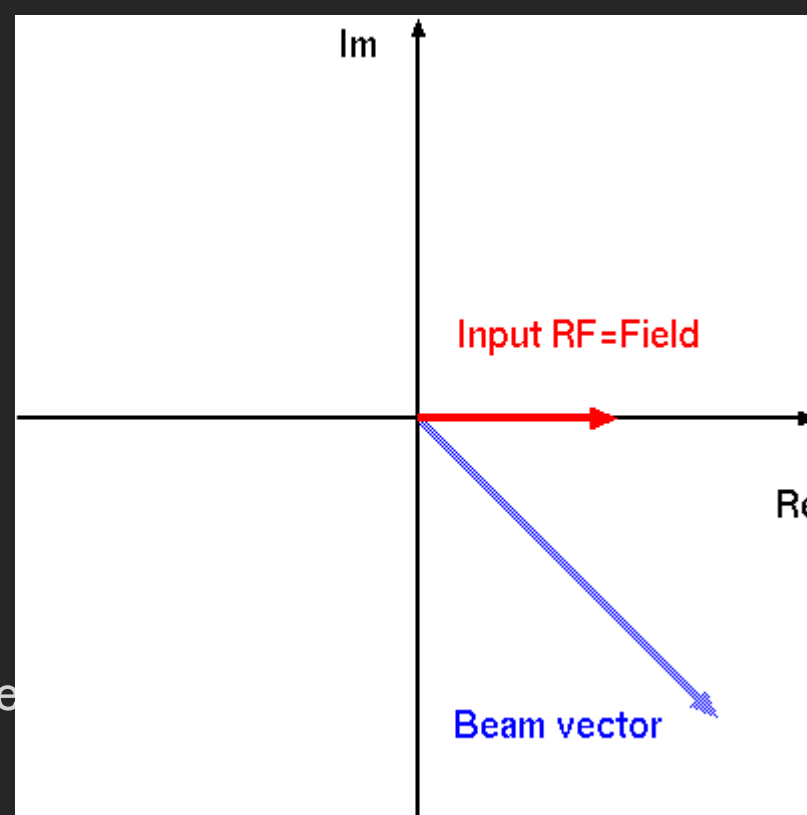
$V(t)$ can be constant if $t_b = -T \ln\left(\frac{I}{2} \sqrt{\frac{rL}{\beta P}}\right)$



off crest 加速だと、相対位相 θ を導入して

$$V(t) = \frac{2\sqrt{\beta PrL}}{1+\beta} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \cos(\omega t) - \frac{IrL}{1+\beta} \left(1 - e^{-\frac{t-t_b}{T}}\right) \cos(\omega t + \theta)$$

パルス中の位置 (バンチ番号) によって、加速電場が変化して、うまく抑制できない。



The beam vector is in the 4th quadrant

空洞のデチューニング

共振周波数からずれた周波数で運転する

加速空洞のインピーダンス

$$\frac{1}{Z} = \frac{\beta}{R} + \frac{1}{\omega L} + \frac{1}{R} + i\omega C,$$

整理して、

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} \left[(1 + \beta) + iQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right].$$

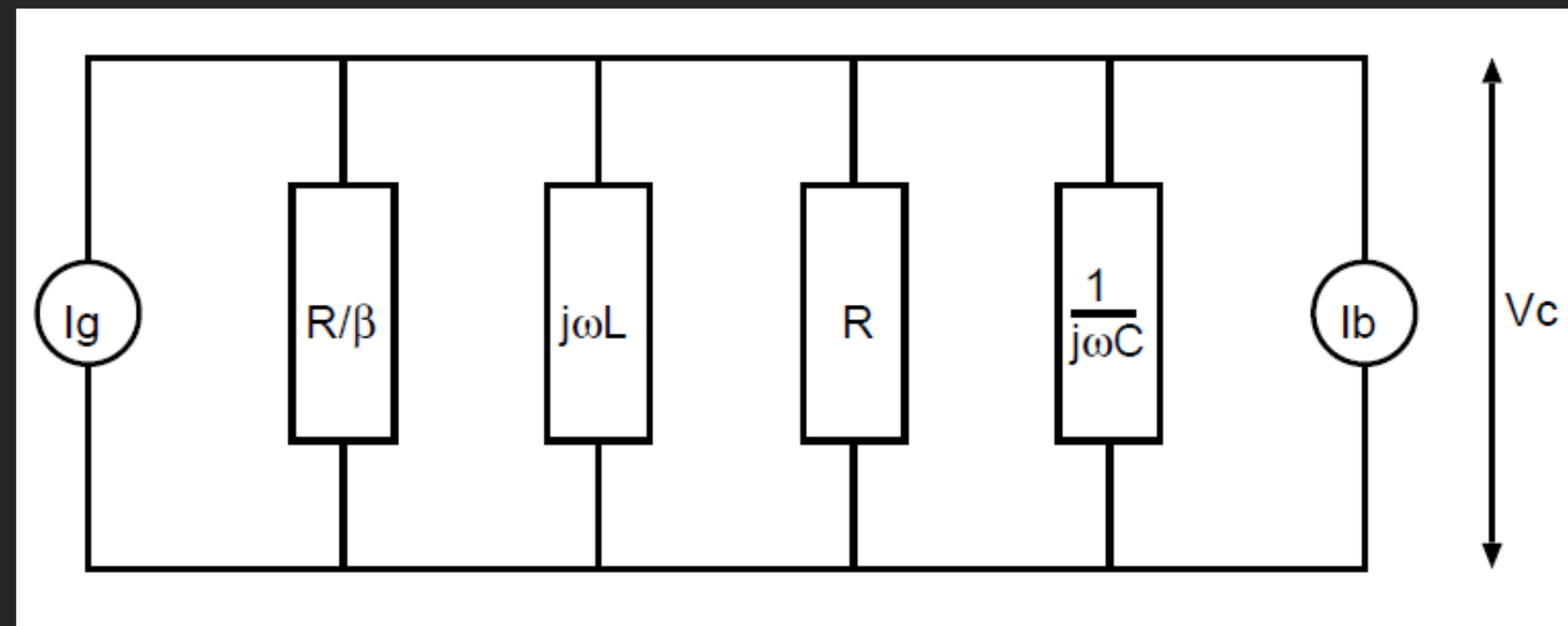
$$Q \equiv R \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$\Delta \equiv (\omega - \omega_0)/\omega_0$ とし、 $\Delta \ll 1$ として近似すると

$$Z \sim \frac{R}{(1 + \beta) + i2Q\Delta},$$

$$Z \sim \frac{R e^{-i\psi}}{\sqrt{(1 + \beta)^2 + 4Q^2\Delta^2}}$$

$$\psi \equiv \frac{2Q\Delta}{(1 + \beta)}$$



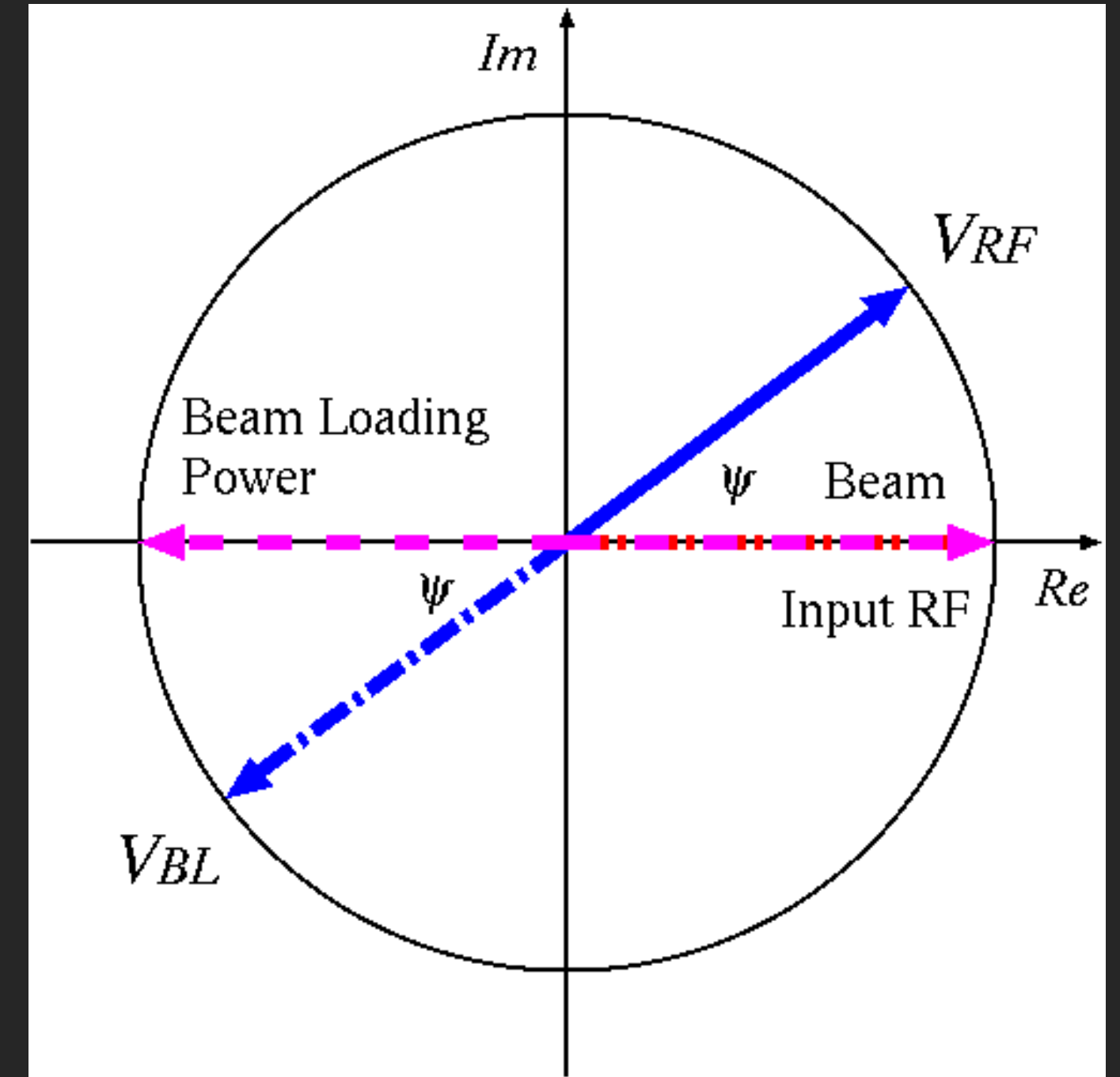
Phase control by Detuning

RF位相ではなく、離調により位相を制御

- 加速管に離調 $\Delta\omega/\omega_0$ を導入すると、入力RFとRF電場、ビーム位相とBL電場の位相が位相差 ψ を持つ。

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{2Q\Delta}{1 + \beta} \right)$$

- ビームとRFを同じ位相におくと、各々発生する電場は同じ位相だけ角度を持つので、ビームローディング補償は有効となる。
- 発生する電場とビームは位相差 ψ を持つため、off crest 加速となる。すなわち、ビームとRFは常に同じ位相とし、離調量により加速位相を制御する。
- 位相制御に必要な離調量は、 $\psi = \pi/4$ とすると、 $\Delta\omega/\omega_0 = 2.0e-5$, 温度にして1.2K程度。

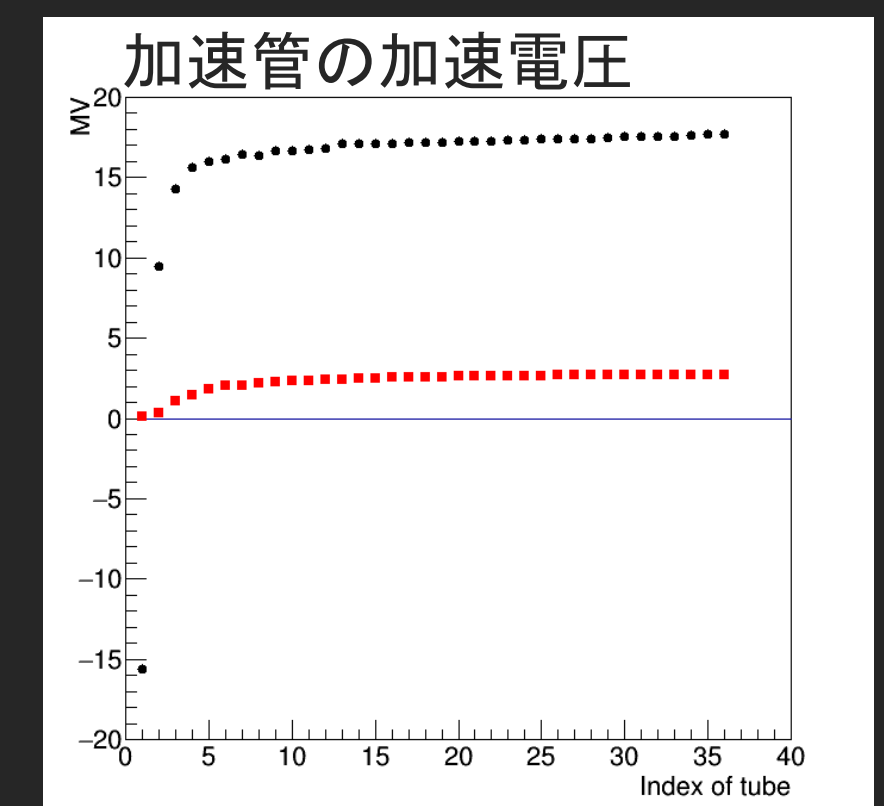
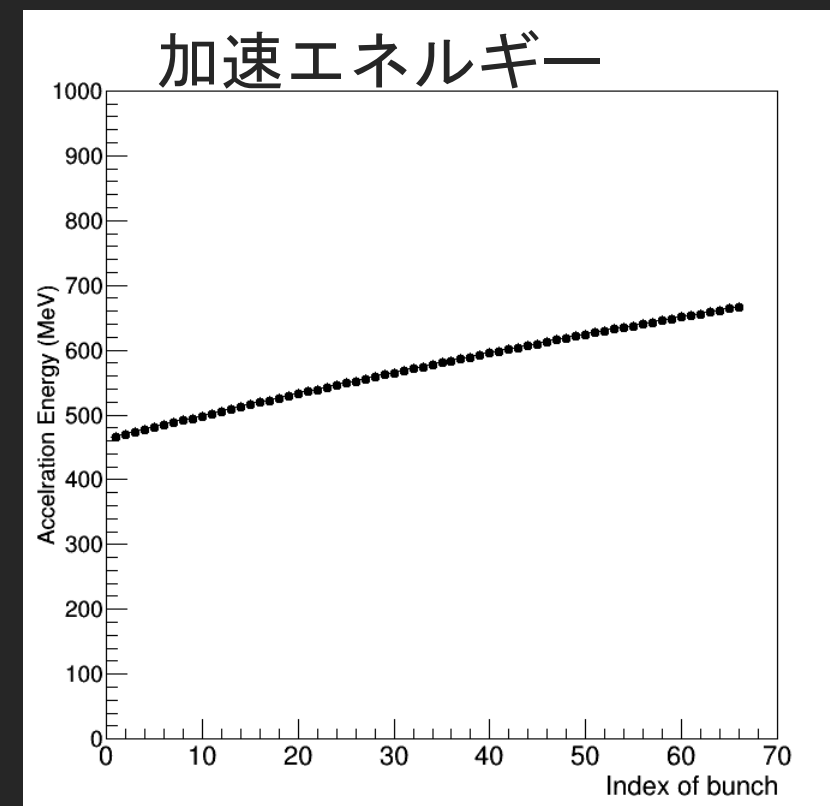
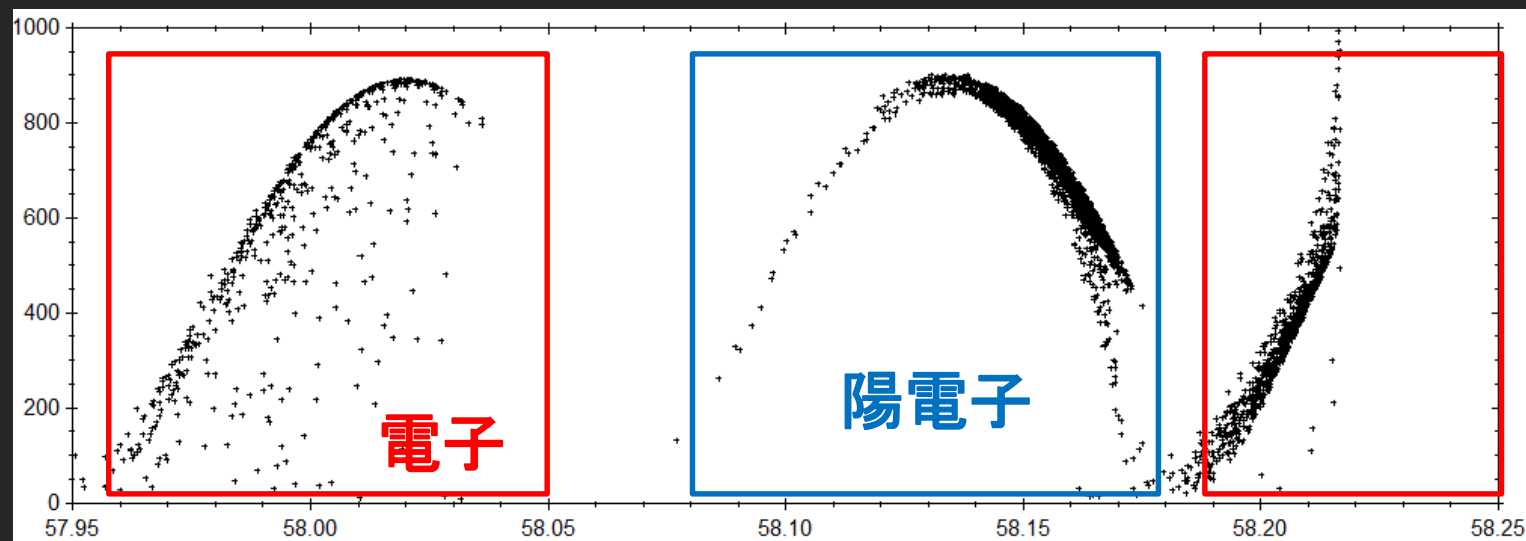
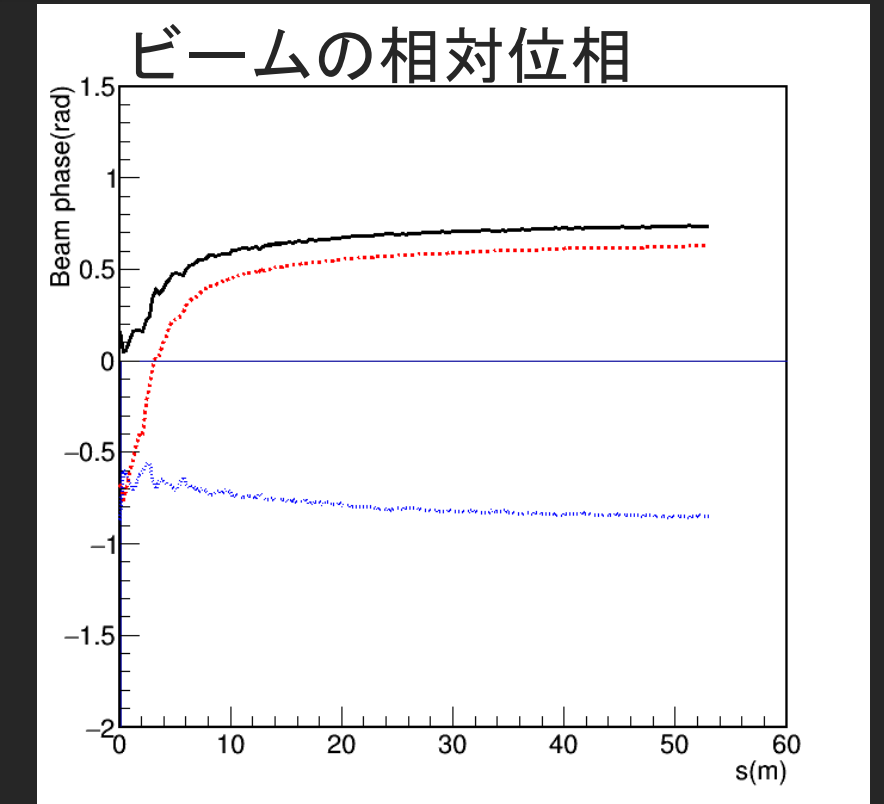
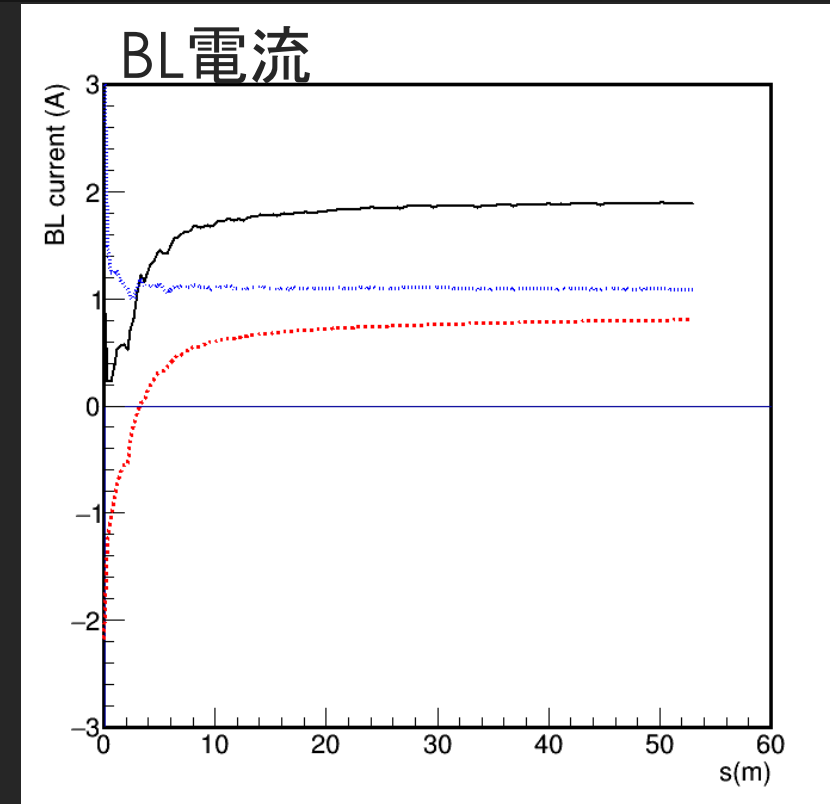




ライナックチューニング

ライナックの構成と加速の様子

- キャプチャーライナックは、11cellのAPS型の定在波空洞36本からなる。
- 空洞一本あたり25 MWを入力。
- 全体が0.5 Tのソレノイド磁場中に置かれている。
- 生成された陽電子は大きな横方向運動量をもち、それが原因で位相スリップを生じる。
- 電子も同時に発生し、異なる位相に捕捉される。双方ともBLを生じる。
- シミュレーションはGEANT, GPTで実施。BLについてはGPTの出力を自作のプログラムで評価。



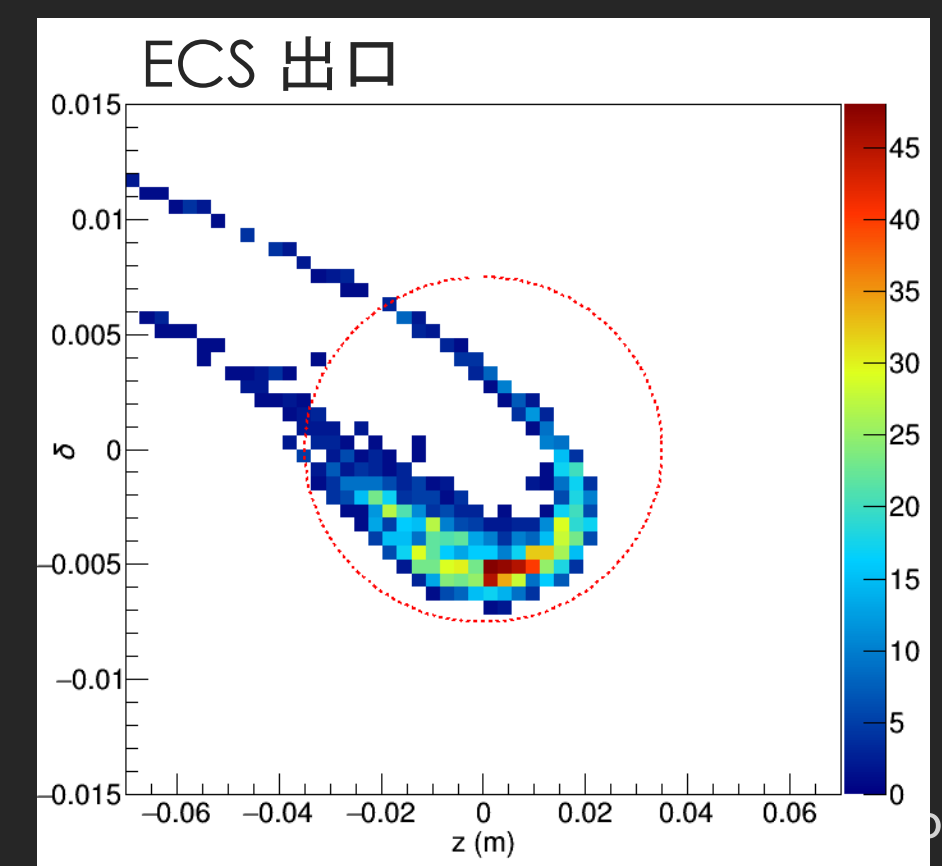
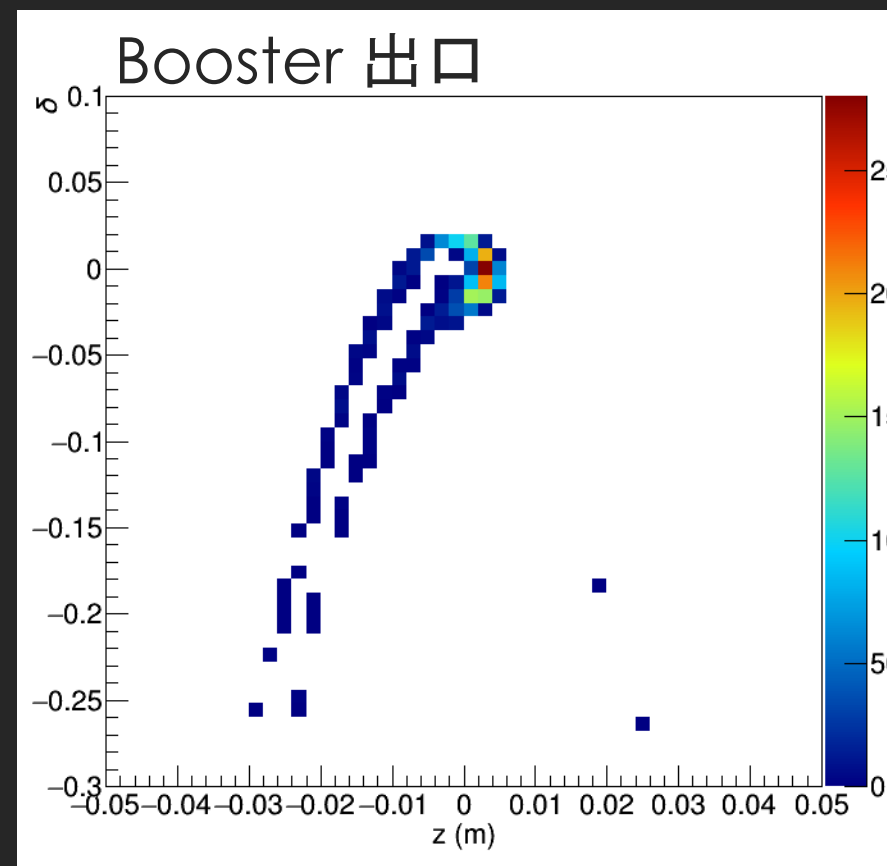
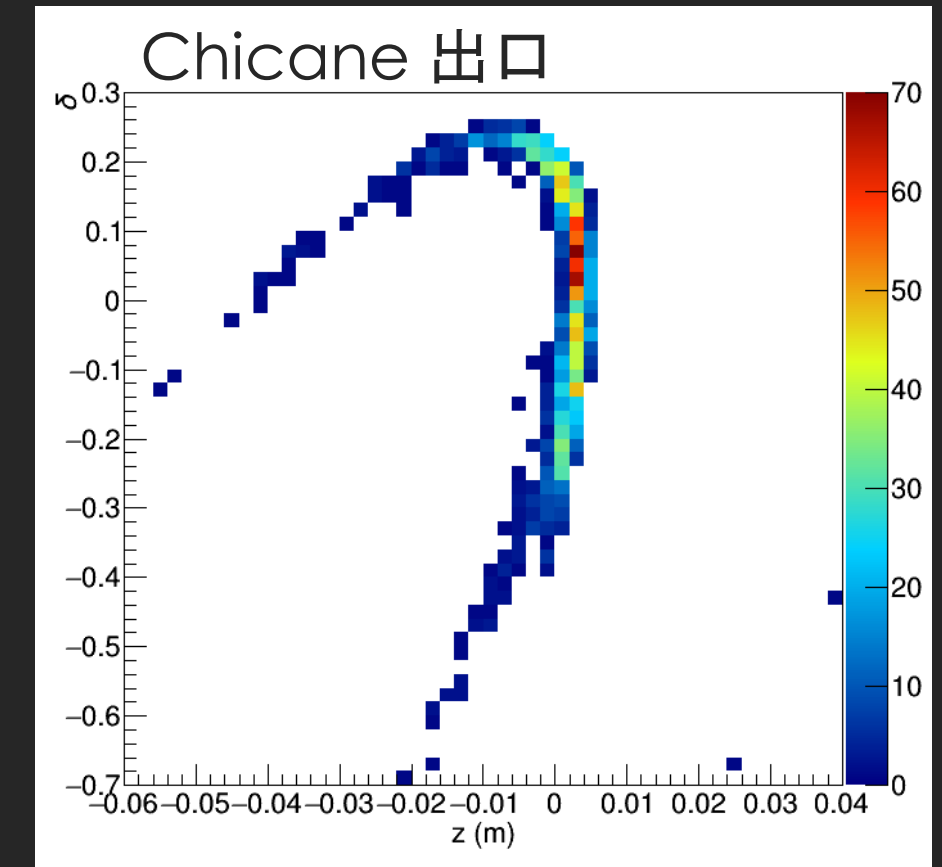
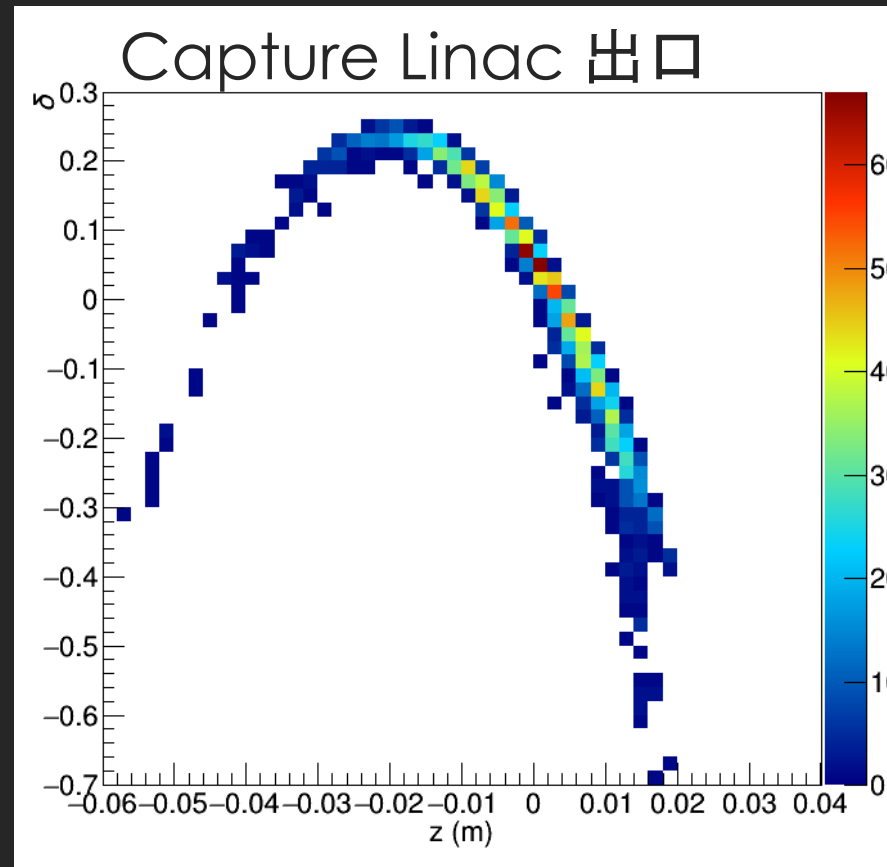
陽電子生成率の評価

- GEANTで生成した電子、陽電子サンプル（入力電子数1000）をGPTに入力。
- GPTの出力に対して、線形力学による輸送により、シケイン($R_{56}=0.053$)、ブースター、ECS ($R_{56} = -0.90, R_{56}=1.14$)を模擬。
- ECS出口の位相空間分布(z, δ)について、Damping RingのDynamic Apertureにより陽電子生成率を評価。

$$\frac{z^2}{0.035^2} + \frac{\delta^2}{0.0075^2} < 1$$

$$\eta = \frac{\text{\# of } e^+ \text{ in aperture}}{\text{\# of electron on target (1000)}}$$

横方向のアクセプタンス（エミッタンス）、輸送中の粒子損失などを考慮していない。



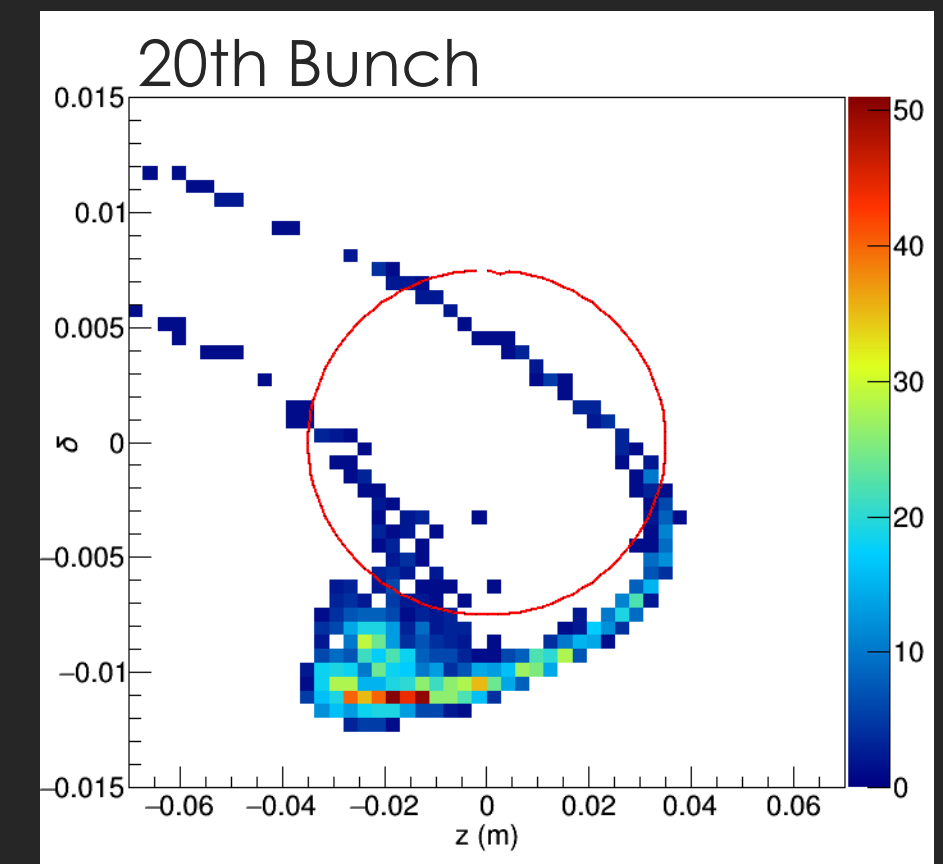
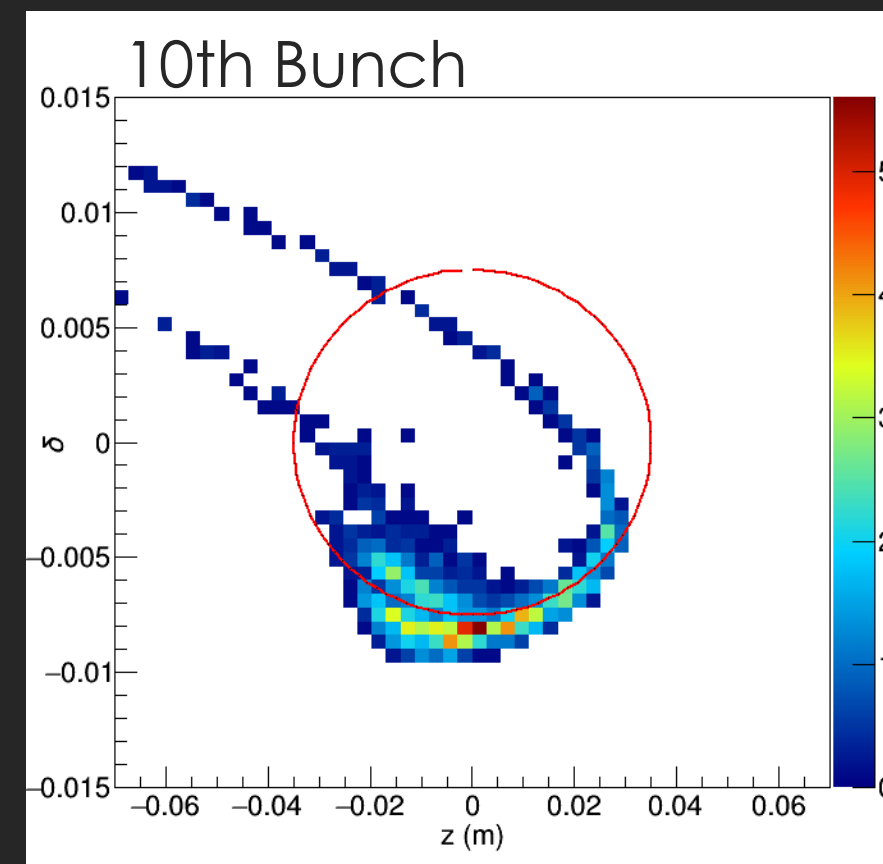
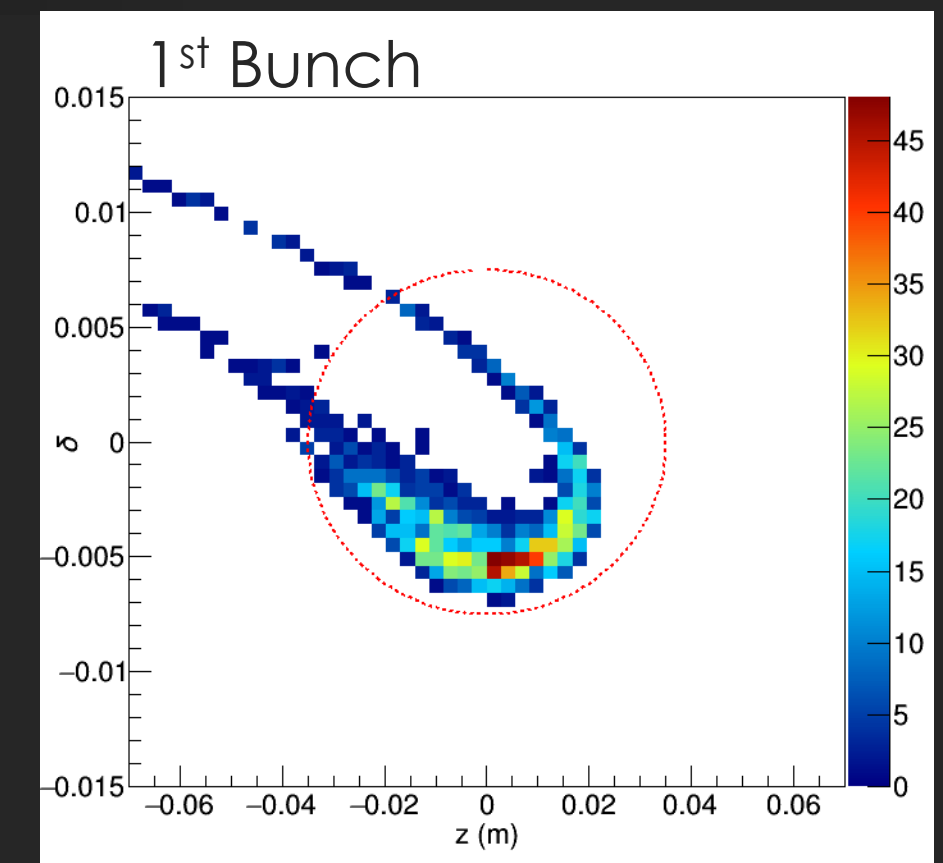
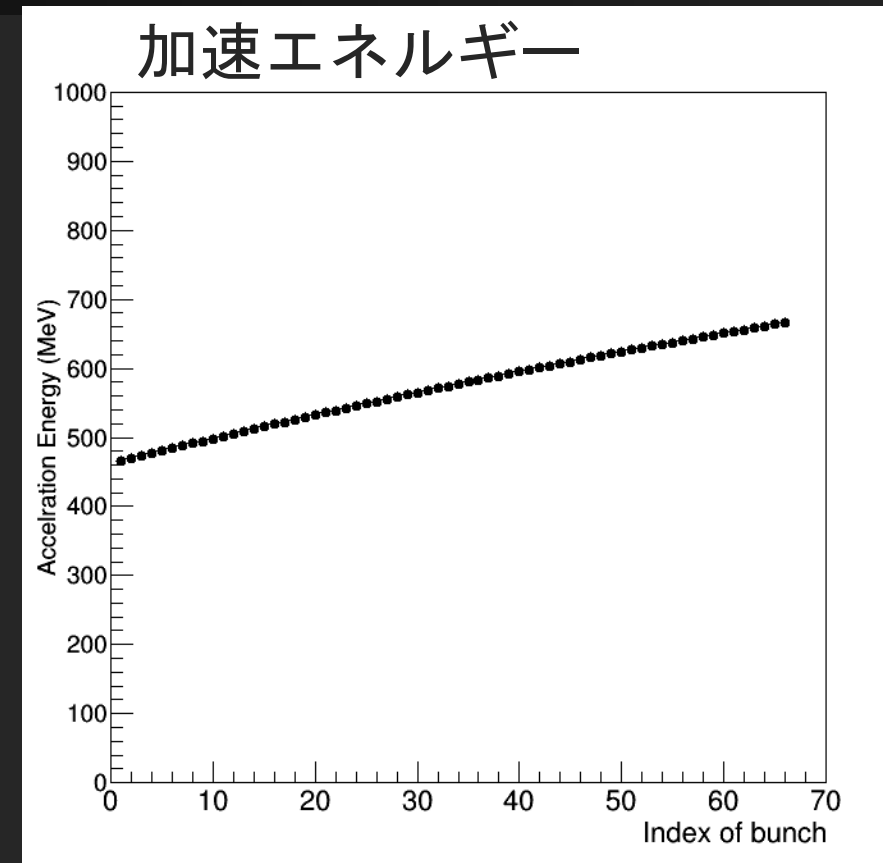
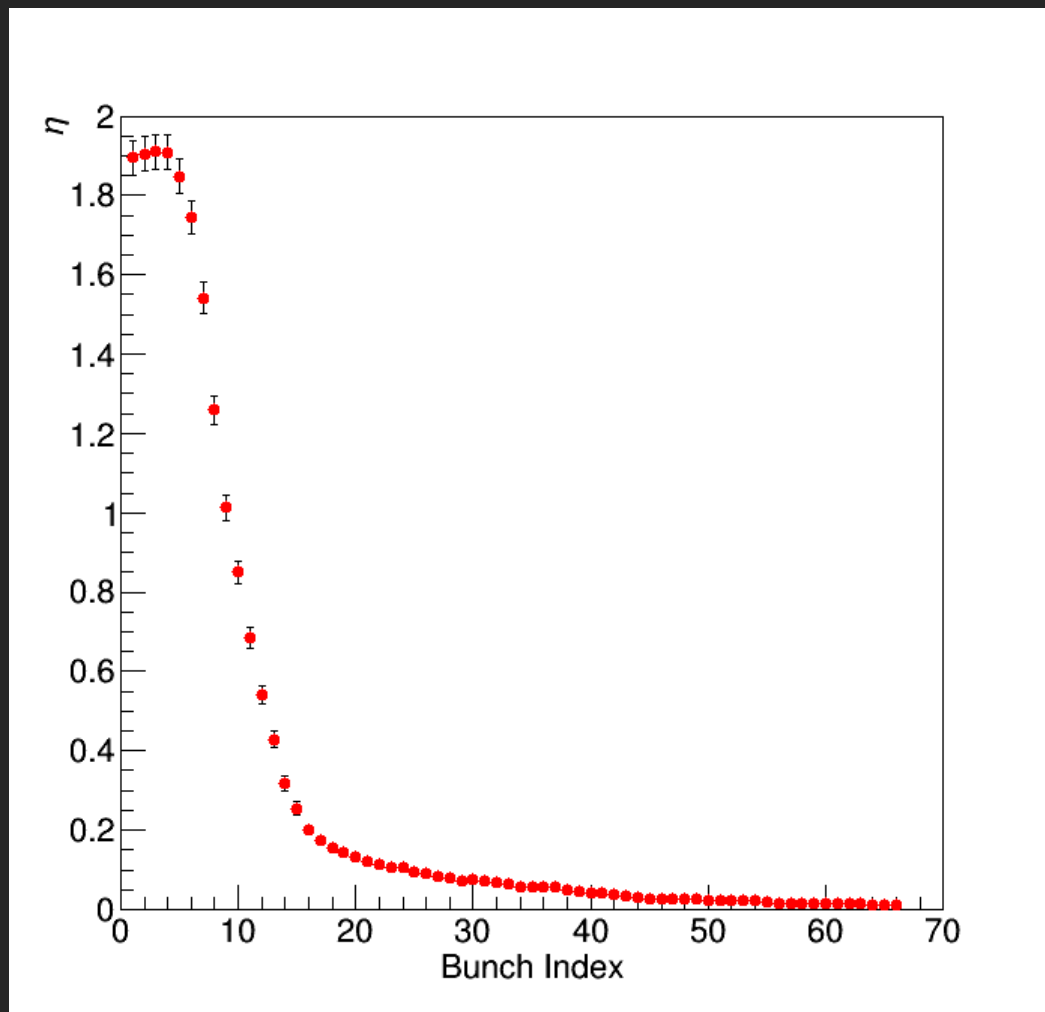
BLをふくめた陽電子生成効率

- 離調を行わないBL補償を行った場合。
- 後方のバンチほど高い電圧で加速。

$$V(t) = \frac{2\sqrt{\beta PrL}}{1 + \beta} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \cos(\omega t)$$

$$- \frac{IrL}{1 + \beta} \left(1 - e^{-\frac{t-t_b}{T}}\right) \cos(\omega t + \theta)$$

- 陽電子分布中心はDRのアクセプタンスから大きくはずれ、生成率は大きく減少。

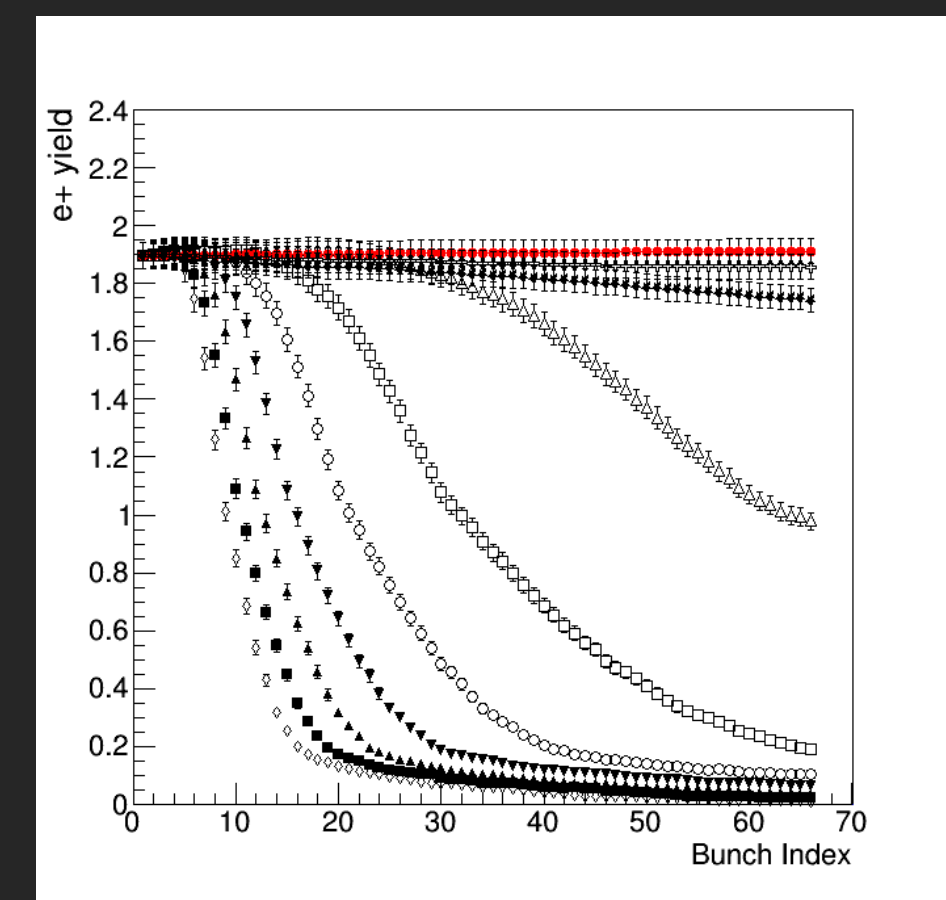
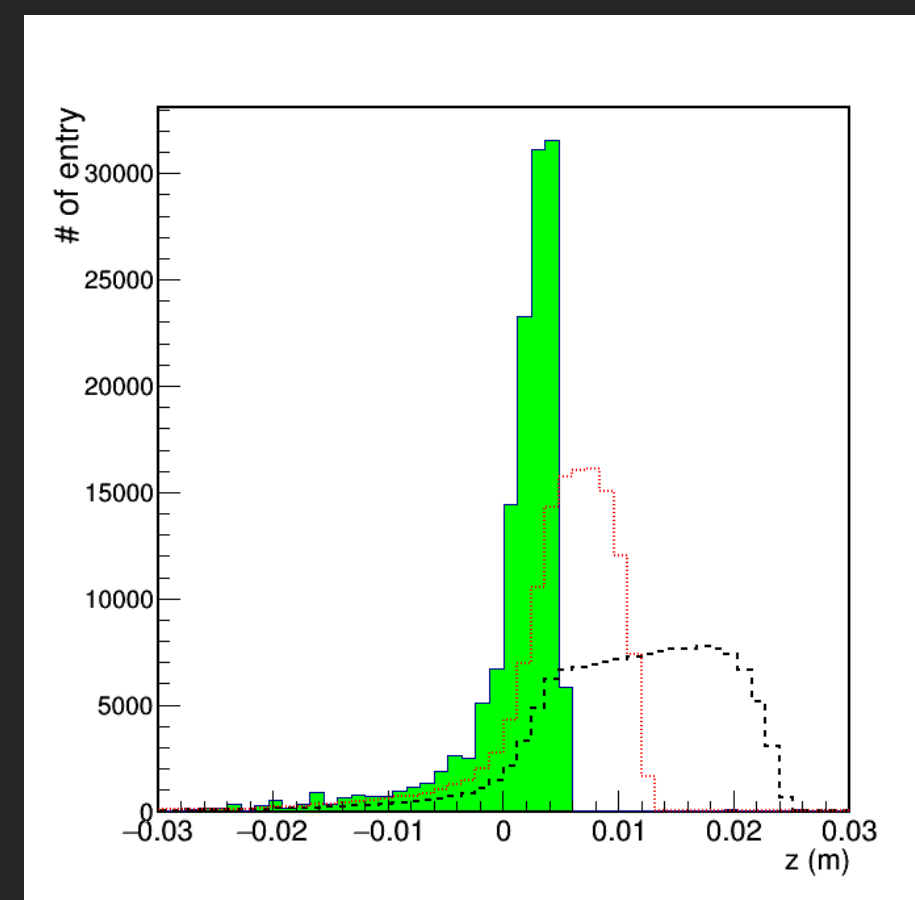
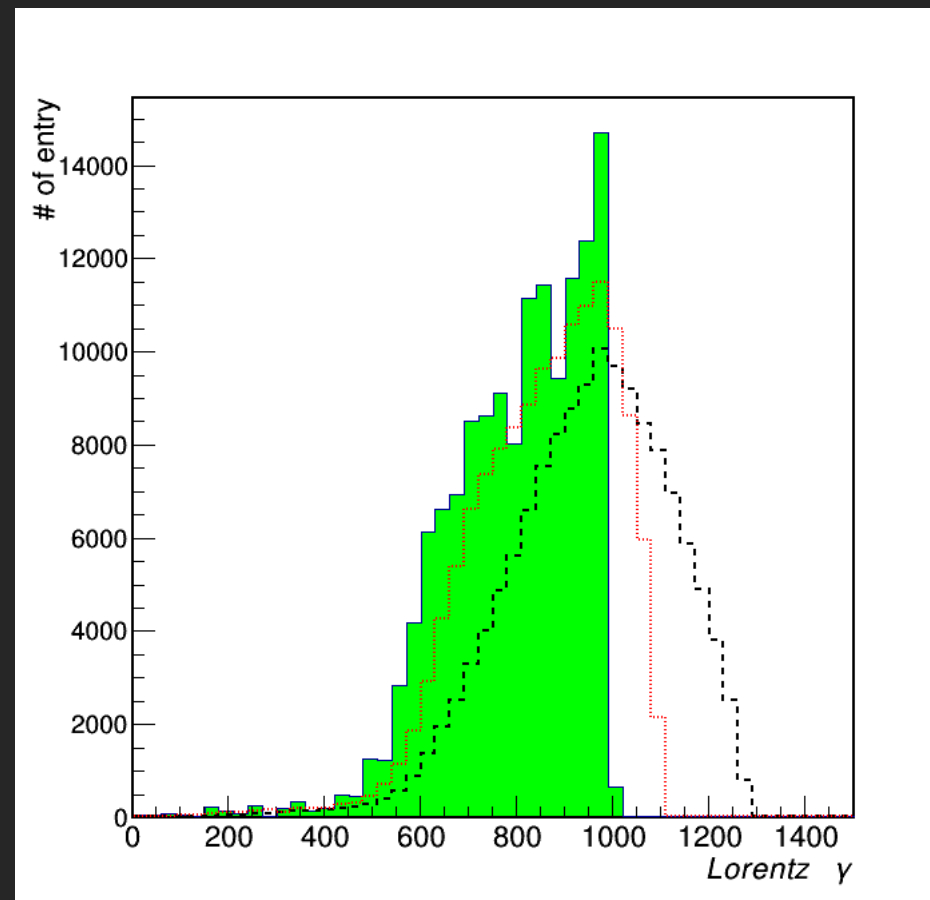


BLをふくめた陽電子生成効率（グローバル離調）

- 離調 ψ を導入。ビームローディング電流 I_i および位相 θ_i は加速管ごとにことなるが、離調は全ての加速管で共通とした。

$$V(t) = \frac{2\sqrt{\beta PrL}}{1+\beta} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \cos(\omega t) - \frac{I_i r L}{1+\beta} \left(1 - e^{-\frac{t-t_{bi}}{T}}\right) \cos(\omega t + \theta_i + \psi)$$

- 離調の導入により、シケイン出口でのローレンツ γ 分布、 z 分布、が大きく改善。
- 最適離調で、バンチ毎の生成効率は統計誤差内で一致。
- 最適な離調量は角度にして0.63rad、離調量 $\Delta\omega/\omega_0 = 1.48e-5$ 、温度にして0.93K。
- 離調は個々の加速管ごとに設定する必要はなく、ライナック全体で共通の離調量として調整するだけでよいことがわかる。



調整シナリオ

- a. シングルバンチ（BLが無い状態）で陽電子を生成し、シケイン出口における z 分布、あるいはブースター出口でのエネルギー分布を最小化するように、キャプチャーライナックのグローバルな位相 θ を調整。この調整は低電流でよい。離調量はゼロ。
- b. バンチ数を増加させ、シケイン出口での z 分布、あるいはエネルギー分布を最小化するように t_b およびグローバルな離調量 ψ を調整。この時、 $\phi = \theta + \psi$ がビームの加速位相となるので、これを一定とするように θ を同時に調整する。
- c. b.における離調量 ψ はバンチ電荷とは独立であるので、低電流での調整でよい。ただし、影響の大きさはバンチ電荷（BL電流）に比例して大きくなる。
- d. 余計なビームロスを防ぐ観点から、電流を少しずつ増やしながら、繰り返し調整する。

ビーム負荷について、基本から考える

これまでの議論は、間違っていないが…

ビーム負荷（ビームが通過することによる減速場の発生）の発生源は、個々の粒子、あるいは局在したバンチである。

ここでは、局在したバンチについて考察しよう。局在したバンチによる電流は

$$I_B = q\beta c\delta(\beta ct)$$

$$\frac{dV}{dt} = -\kappa q\beta c\delta(\beta ct) - \frac{1}{\tau}V, \quad \kappa \equiv \frac{\omega R I_B}{2Q}$$

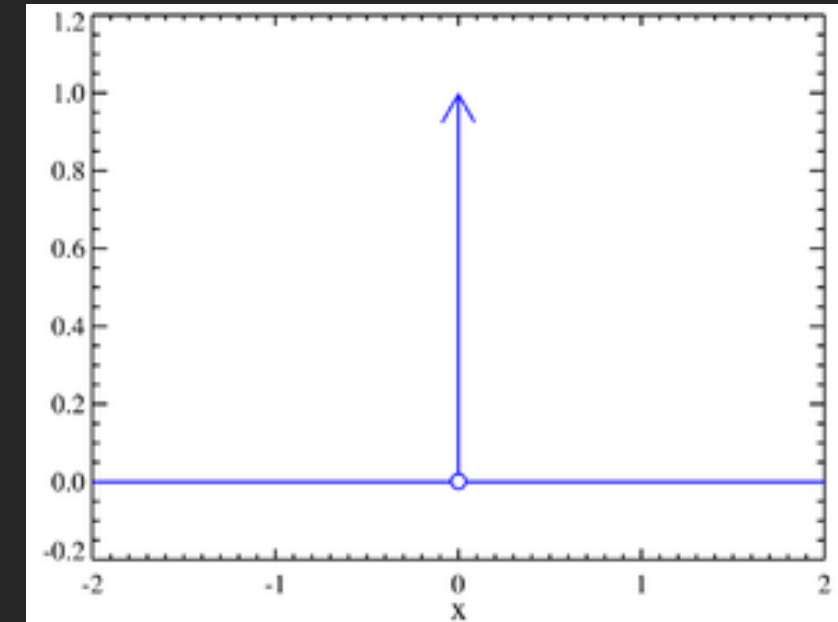
両辺を微小区間で積分して、ゼロ極限をとると

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \frac{dV}{dt} dt = V(+0) = -\kappa q,$$

$t > 0$ の微分方程式 $\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{\tau}V$ の解は $V(t) = Ce^{-\frac{t}{\tau}}$ となるから、初期値を $C = -\kappa q$ として、

$$V(t) = -\kappa q e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Diracのデルタ関数



$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) f(x) dx = f(0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1$$

Detuning in Linear Accelerator

多数のバンチが周期 ω で空洞を通過するとしよう。n番目のバンチは次のRF電場を誘起する。

$$V(t) = -\kappa q e^{-\frac{t-(n-1)T}{\tau}} e^{i\omega_0\{t-(n-1)T\}}$$

バンチ繰り返しは ω で、個々のバンチが誘起するモードの周波数は ω_0 である。

バンチを無限に繰り返すと、繰り返し ω のデルタ関数列のフーリエ変換成分が出てくるため、その周期は ω となり、ここまでの議論と同じ結論を得る。

一方、少数バンチの場合、個々のモードは周波数は ω_0 であるため、空洞の複素インピーダンスは見え、これまでの議論は成り立たない。

「無限に続くバンチ」とみなせる目安は $\omega_0/(\omega - \omega_0) = 7e+4$ ($\Delta\omega/\omega_0 = 1.48e-5$)、すなわち70000周期程度。

ここでは300周期程度なので、複素インピーダンスは見えない。

アクティブ位相制御

苦肉の策、あるいは真っ当な方法

- RFが誘起する電場は位相差を持ち、ビームが誘起する電場は位相差を持たない。すなわち、ビーム負荷の補償はこのままではうまく行かない。
- ビーム負荷の補償を働かせるには、アクティブな位相制御を行う。

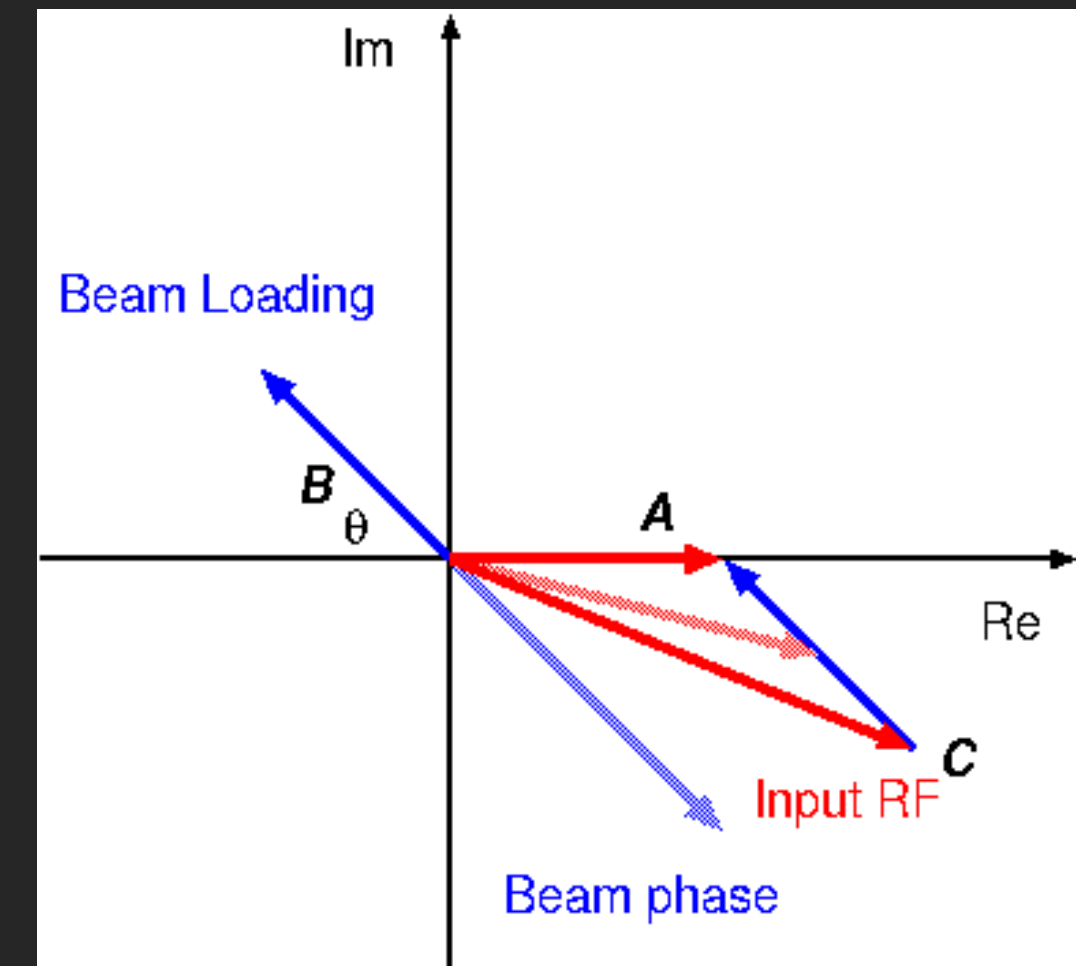
$$\vec{A} = \vec{B} + \vec{C}$$

ビーム加速開始時のRF場 \vec{A}

ビーム加速終了時のRF場 \vec{C}

ビーム加速終了時のビーム負荷場 \vec{B}

- すなわち、加速パルス中で振幅に加えて、位相をAからCまで変調させる。
- これがうまくできれば、これまでの議論は成立する。



結論と課題

ライナックの大電流マルチバンチ加速におけるビーム負荷補償と調整法

- 定在波型空洞における大電流かつoff crest加速条件でのBLの抑制について検討した。
- 通常の定在波型空洞におけるBL補償はスカラー的な打ち消しを利用しているため、crest加速の場合は有効だが、off-crest加速（本研究のような陽電子加速、あるいはバンチング等）の場合振幅および位相ともに変化してしまい、有効ではない。
- Detuningを導入することで、加速電場とビームの相対位相を可変としながら、ビームと入力RFは同位相とできる。これにより、上記のBL抑制法が再び有効となる。
- ILCの陽電子キャプチャーライナックの場合について、グローバルな離調の導入によりBLの補償（陽電子生成効率の均一化）が可能かどうか、シミュレーションにより評価した。その結果、グローバルな離調により、生成効率の減少は劇的に改善し、統計誤差内ですべてのバンチについて同一となった。
- バンチ電流により誘起されるモードは、空洞の固有周波数となる。バンチ繰り返すが少数の場合、複素インピーダンスは見えない。これにかわりアクティブな位相変調を行う必要がある。
- 以上の結果から、グローバルな位相変調のみでILC陽電子源の調整は可能。
- 今回はGPTによるシミュレーション（シングルバンチ）へのエネルギー変調として模擬したが、ビームのバンチング過程への影響の評価などが必要。一番目の加速管のBL位相はゼロ、二つ目の加速管の位相は0.3rad程度、他は0.6~0.7rad程度。



THANK YOU!

Any Questions?