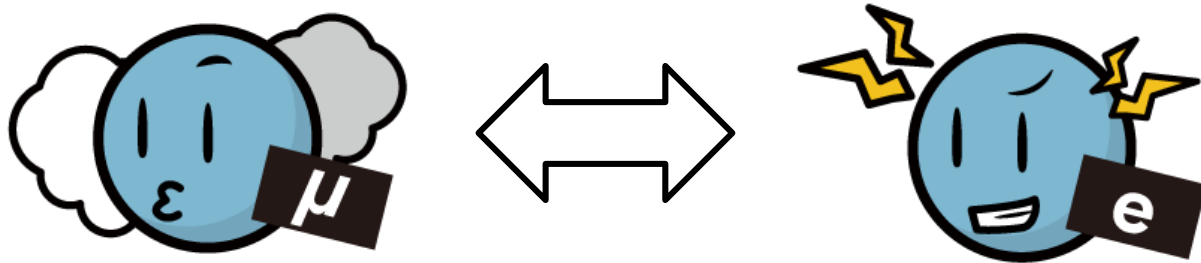


レプトンフレーバーと関連した新物理

(荷電レプトンフレーバー非保存に注目して)



前半: レプトンフレーバーとその破れ入門 (30分)

後半: $\text{Mu}-\overline{\text{Mu}}$ 転換 (10分)

T. Fukuyama, Y. Mimura, & Y. Uesaka, PRD**108**, 095029 (2023).

上坂 優一

九州産業大学

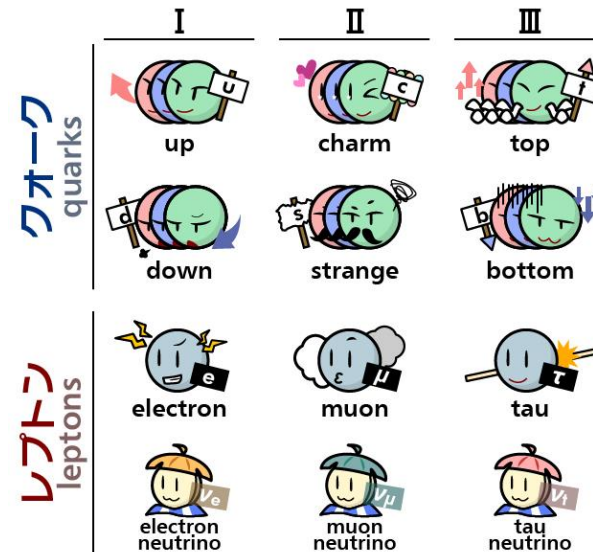
“フレーバー”



- 性質が似たものの集まりを
“フレーバー” が異なる仲間とみなす

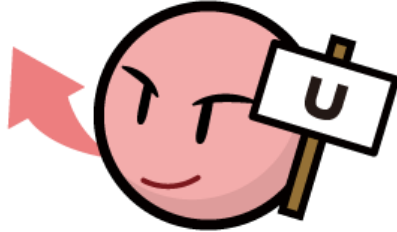
クォークのフレーバー

レプトンのフレーバー



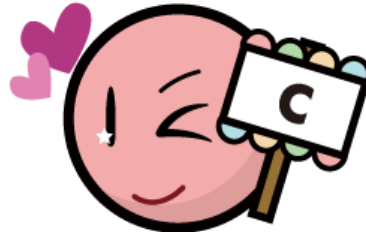
クォークのフレーバー

・ アップ (u)



質量 : 2~3 MeV

・ チャーム (c)



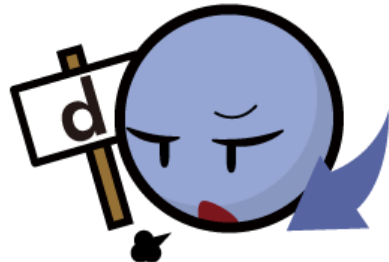
1.2 GeV

・ トップ (t)



173 GeV

・ ダウン (d)



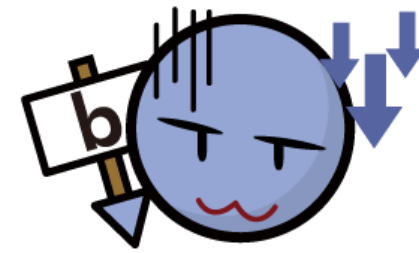
4~5 MeV

・ ストレンジ (s)



96 MeV

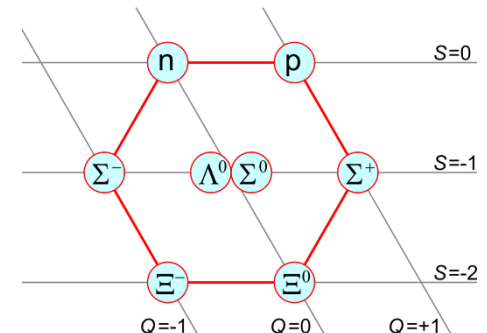
・ ボトム (b)



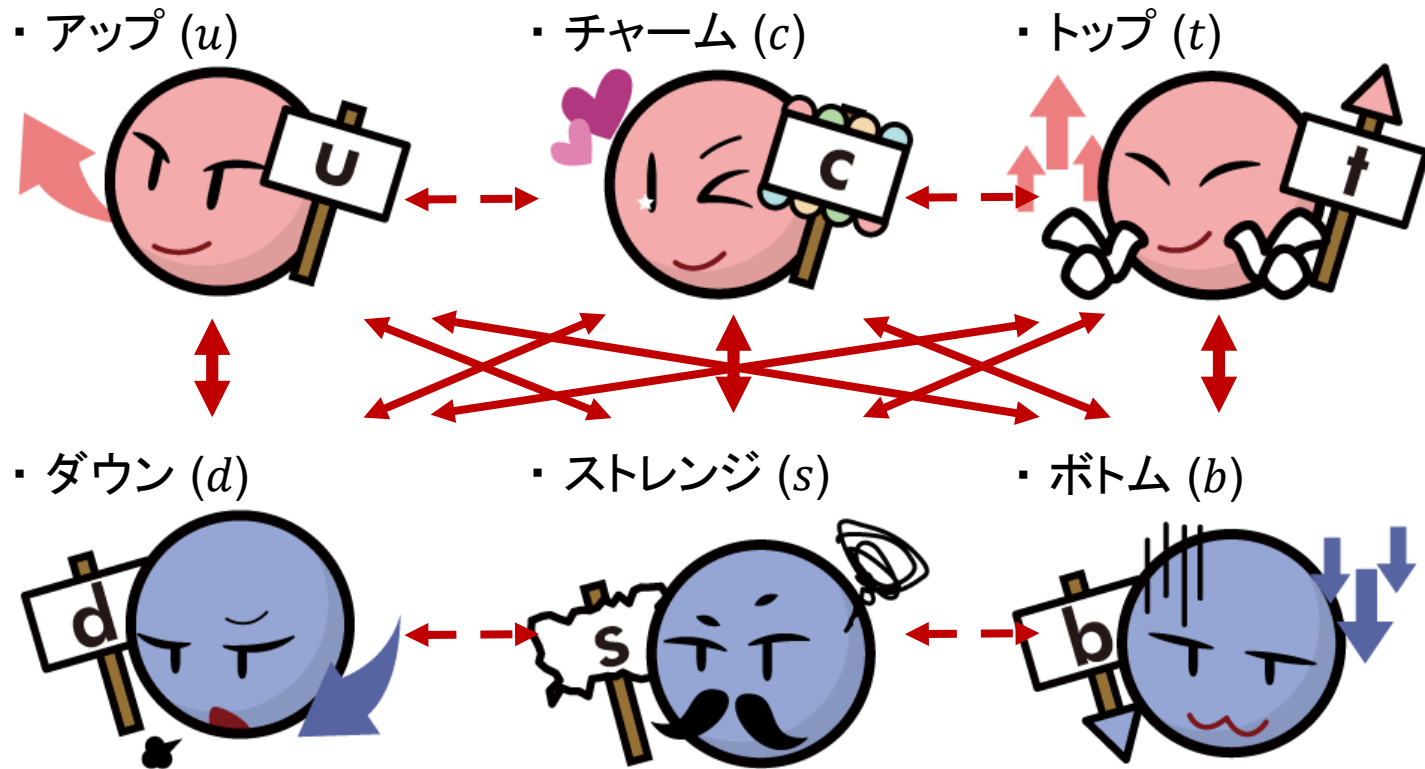
4 GeV

- u, d, s, c, b, t の 6つ (質量固有状態で定義)
- 強い相互作用はフレーバーを区別しない

⇒ 参考: ハドロン分類

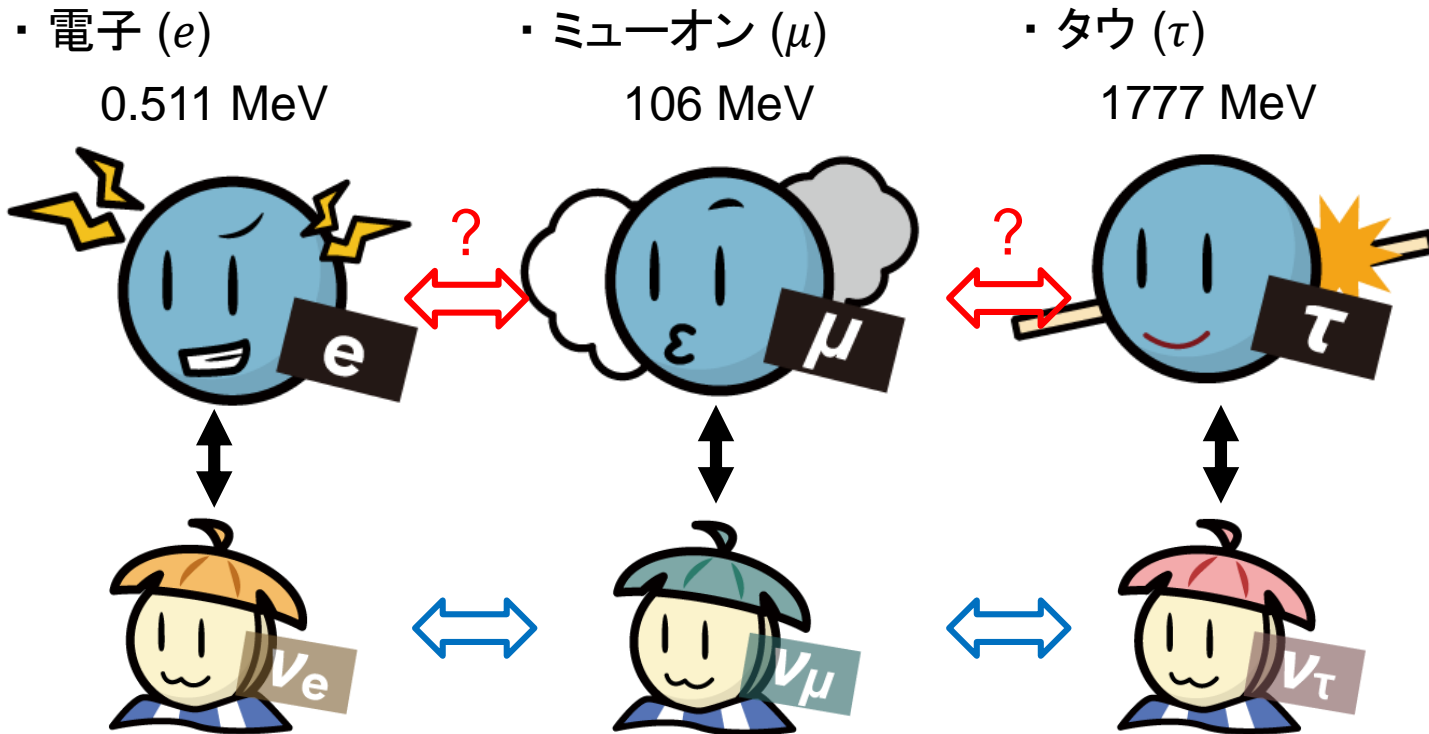


クォークのフレーバー



- u, d, s, c, b, t の 6つ (質量固有状態で定義)
- 強い相互作用はフレーバーを区別しない
- **弱い相互作用**で混合 (Flavor Changing Neutral Currentは小さい)

レプトンのフレーバー



- e, μ, τ の3つ (荷電レプトンの質量固有状態で定義)
ニュートリノのフレーバーは荷電レプトンから定義
- 3つのレプトンフレーバーはそれぞれが保存 (?)
- ニュートリノ振動で混合 \leftarrow ν でレプトンフレーバーの破れ (LFV)
 \Rightarrow 荷電レプトンでのLFV (CLFV)は？

Charged Lepton Flavor Violation (CLFV)

- 新物理探索の有力候補 -

➤ レプトンフレーバー数 L_e, L_μ, L_τ cf. レプトン数 $L = L_e + L_\mu + L_\tau$

	e^-	μ^-	τ^-	ν_e	ν_μ	ν_τ	e^+	μ^+	τ^+	$\bar{\nu}_e$	$\bar{\nu}_\mu$	$\bar{\nu}_\tau$	他
L_e	+1	0	0	+1	0	0	-1	0	0	-1	0	0	0
L_μ	0	+1	0	0	+1	0	0	-1	0	0	-1	0	0
L_τ	0	0	+1	0	0	+1	0	0	-1	0	0	-1	0

➤ 荷電レプトンにおけるレプトンフレーバー数の破れ = **CLFV**

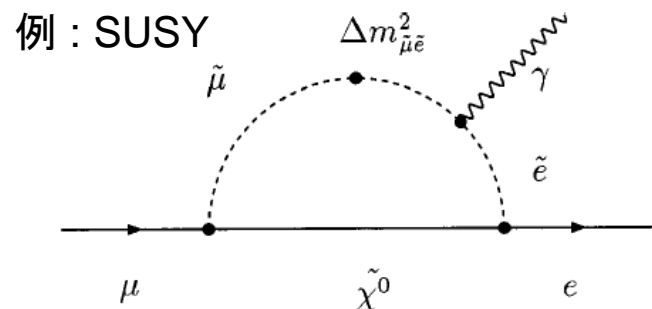
例) $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma, \mu^+ \rightarrow e^+ e^- e^+, \mu^- N \rightarrow e^- N, \tau^+ \rightarrow \mu^+ \gamma, \text{etc.}$

✓ “ニュートリノセクターでのレプトンフレーバーの破れ”は既知 (ニュートリノ振動)

- 標準模型の枠組みでは**禁止**
- “標準模型を超える模型”の多くで予言

⇒ **発見 = 新物理 !!**

例: SUSY



レプトンフレーバーの歴史

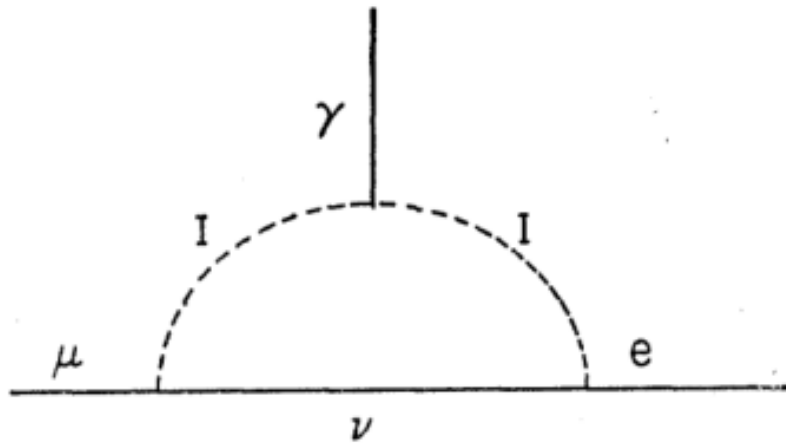
- 1930年 ニュートリノの提唱 (Pauli) 1932年 中性子の発見 (Chadwick)
- 1935年 中間子の予言 (湯川)
- 1937年 **ミューオンの発見** Neddermeyer & Anderson, PR51, 884 (1937)
 ← 当初は湯川中間子と思われた
- 1947年 ミューオンは強い相互作用をしないと判明, 湯川中間子(π)の発見
 Conversi *et al.*, PR51, 884 (1947) Powel *et al.*, PR51, 884 (1947)
- 初のCLFV探索 ($\mu \rightarrow e\gamma$)** Hincks & Pontecorvo, PR51, 884 (1937)
- 1956年 ニュートリノの初観測 Cowan *et al.*, Science124, 103 (1956)
- 1962年 ν_μ の観測 (ν_e と ν_μ が異なることの発見) Danby *et al.*, PRL9, 36 (1962)
 ニュートリノ混合の提唱 (牧・中川・坂田)
- 1975年 **タウレプトンの発見** Perl *et al.*, PRL35, 1489 (1975)
- 1998年 ニュートリノ振動の観測 2000年 ν_τ の観測
 Kodama *et al.*, PLB504 218 (2001)

CLFV制限から示唆が得られた例

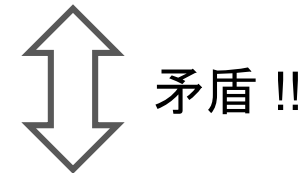
1958年 弱い相互作用を荷電ベクトルボソンで説明 (Feynman & Gell-Mann)

同年 荷電ベクトルボソンがあると $\mu \rightarrow e\gamma$ が生じると指摘 (Feinberg)

G. Feinberg, PR110, 1482 (1958).



$$BR(\mu \rightarrow e\gamma) \sim 10^{-4}$$



当時の制限: $BR(\mu \rightarrow e\gamma) < 2 \times 10^{-5}$

⇒ そんな荷電ベクトルボソンは存在しない!! (?)

(実際には ν_e と ν_μ を区別することで解決)

なぜ標準模型でレプトンフレーバーは保存？

(原理にレプトンフレーバー保存を含むわけではない)

標準模型のレプトン場

• SU(2) doublet × 3

• singlet × 3

$$L_f = \begin{pmatrix} \nu_{fL} \\ e_{fL} \end{pmatrix} \quad e_{fR} \quad f = 1, 2, 3$$

✓ 標準模型のゲージ相互作用は世代(フレーバー)を区別しない

$$g \sum_{f=1,2,3} W_i^\alpha \bar{L}_f \gamma_\alpha \sigma_i L_f \quad \left(L_f = \begin{pmatrix} \nu_{fL} \\ e_{fL} \end{pmatrix} \right)$$

(e, μ, τ を決めるルールがない)

✓ ヒッグスとの湯川相互作用の大きさは世代によって異なる

$$\sum_{f, f'=1,2,3} \Phi \bar{L}_f Y_{ff'} e_{Rf'} \quad \xrightarrow{\text{対角化}} \quad \sum_{f=e, \mu, \tau} \Phi \bar{L}_f Y_f' e_{Rf}$$

(質量固有状態 e, μ, τ が決まる)

なぜ標準模型でレプトンフレーバーは保存？

◆ 標準模型ラグランジアン ($SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$)

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L} \supset & \frac{m_\ell}{v} \bar{\ell}_f \ell_f + h \bar{\ell}_f \ell_f + \frac{g}{\sqrt{2}} (W^\alpha \bar{\nu}_f \gamma_\alpha P_L \ell_f + \text{H.c.}) + e A^\alpha \bar{\ell}_f \gamma_\alpha \ell_f \\
 & + \frac{g}{2 \cos \theta_W} Z^\alpha [\bar{\nu}_f \gamma_\alpha \nu_f - \bar{\ell}_f \gamma_\alpha \{(1 - 2 \sin^2 \theta_W) P_L - 2 \sin^2 \theta_W P_R\} \ell_f]
 \end{aligned}$$

✓ 大域的な $U(1)_e \times U(1)_\mu \times U(1)_\tau$ 対称性が理論に残る (f について対角)

• $U(1)_e$ 変換

$$\ell_e \rightarrow e^{i\theta_e} \ell_e$$

$$\nu_e \rightarrow e^{i\theta_e} \nu_e$$

• $U(1)_\mu$ 変換

$$\ell_\mu \rightarrow e^{i\theta_\mu} \ell_\mu$$

$$\nu_\mu \rightarrow e^{i\theta_\mu} \nu_\mu$$

• $U(1)_\tau$ 変換

$$\ell_\tau \rightarrow e^{i\theta_\tau} \ell_\tau$$

$$\nu_\tau \rightarrow e^{i\theta_\tau} \nu_\tau$$

→ 3つのフレーバー数の保存

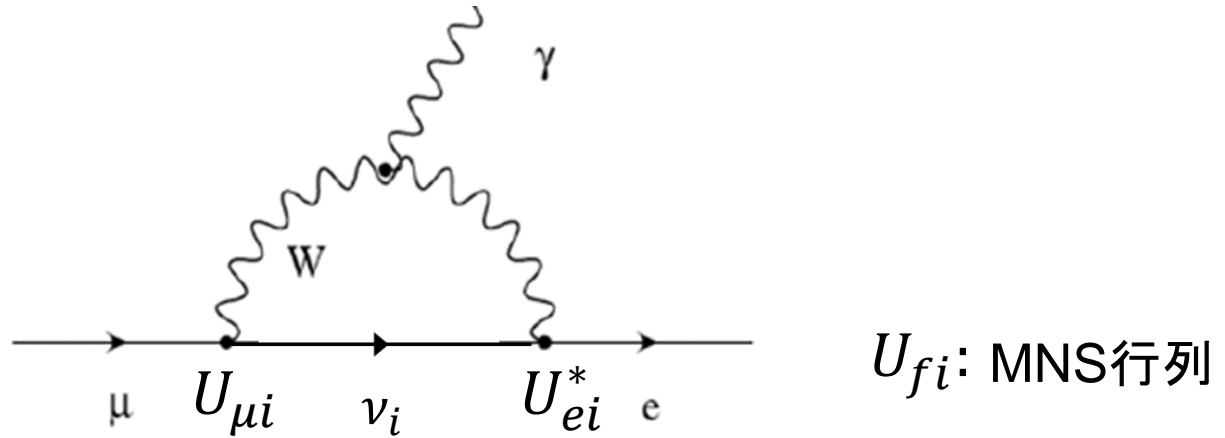
✓ 他にフレーバーを混ぜる項があると一般にフレーバー数保存が破れる

例えば, ニュートリノ質量項, 新粒子とレプトンの相互作用項, ...

参考: クォークはup型とdown型の共に質量項が存在し同時対角化不可 → フレーバーは非保存

ニュートリノ質量によるCLFV

- ✓ ニュートリノ質量があると loop で $\mu \rightarrow e\gamma$ が生成 \rightarrow しかし GIM機構 で抑制 \rightarrow



遷移振幅 $\mathcal{M} \propto \sum_i \frac{U_{\mu i} U_{ei}^*}{k^2 - m_i^2} = \underbrace{\sum_i \frac{U_{\mu i} U_{ei}^*}{k^2}}_{=0 \text{ by unitarity}} + \sum_i \frac{U_{\mu i} U_{ei}^*}{k^2} \left(\frac{m_i^2}{k^2} \right) + \mathcal{O} \left(\frac{m_i^4}{k^4} \right)$



$$Br(\mu \rightarrow e\gamma) = \frac{3\alpha}{32\pi} \left| \sum_{i=2,3} U_{\mu i} U_{ei}^* \frac{\Delta m_{i1}^2}{m_W^2} \right|^2 \simeq 10^{-54}$$

cf. 現在の上限値

$$Br < 3.1 \times 10^{-13}$$



- ✓ 現代の実験技術では観測不可

(逆に言うと CLFVはニュートリノ振動を超えた物理と関連)

新物理とCLFV

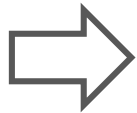
✓ ニュートリノ振動は既知

- レプトンフレーバーの保存をありがたがる理由はない
- むしろ積極的にフレーバーを触ってニュートリノの質量や混合を説明したい

✓ 世代を混ぜるような新粒子を導入すると

(特別な理由がない限り)CLFVは現れる

対称性, 抑制機構, ...



CLFV探索は素粒子模型に強い制限とヒントを与える

✓ 加速器で直接作れないような新粒子の影響も見える

現状の $\mu \rightarrow e\gamma$ 探索は (結合 $\sim O(1)$ として) $O(10^5)$ TeV程度の粒子探索に相当

どこから探す？

1. 不安定な荷電レプトン(μ または τ)の稀崩壊

$$\ell \rightarrow \ell' \gamma, \ell \rightarrow \ell' \ell' \ell'', \tau \rightarrow \ell h, \dots$$

- 発想として最も素朴

2. レプトンでないもの(ハドロン, Z , H)の稀崩壊

$$J/\psi \rightarrow \ell^\pm \ell'^{\mp}, B^0 \rightarrow \ell^\pm \ell'^{\mp}, Z \rightarrow \ell^\pm \ell'^{\mp}, H \rightarrow \ell^\pm \ell'^{\mp}, \dots$$

- 特定の有効演算子一点読み

3. 加速器衝突

$$\ell N \rightarrow \ell' X, e^+ e^- \rightarrow \ell^+ \ell'^-, \dots$$

- 新粒子を直接作れるとかなり有利
- 粒子偏極から情報が得られる

荷電レプトン μ と τ の特徴

106 MeV



- 荷電パイオンの崩壊 ($\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$) により生成
- 最も軽いハドロン(π)よりは軽い
→ 電子にのみ崩壊可能
($\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$ がほぼ100%)

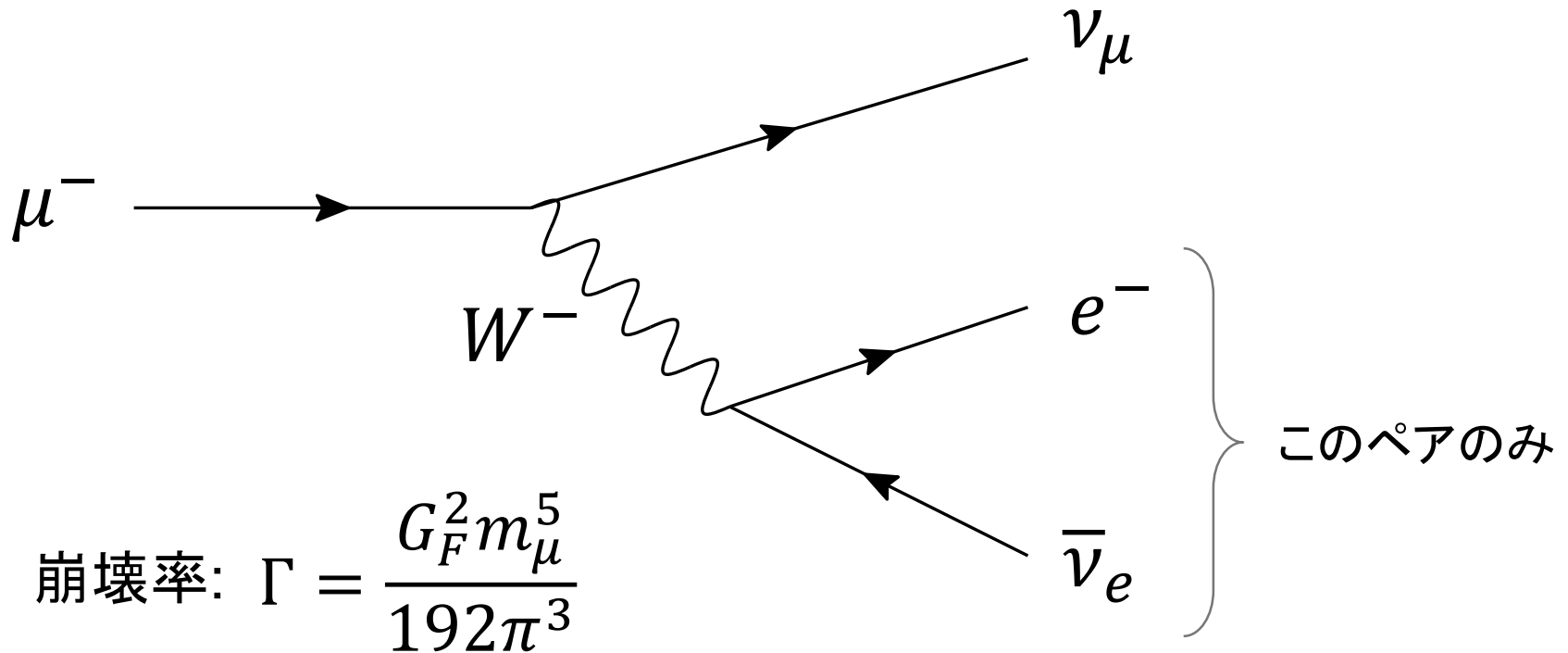
1777 MeV



- 加速器 (Belleなど) により対生成 ($e^+ e^- \rightarrow \tau^+ \tau^-$)
- ハドロンを含む多くの崩壊モード
- 核子よりも重いですが2個分の質量はないので
(バリオン数保存を信じると)バリオンには崩壊できない

ミューオンの(普通の)崩壊

弱い相互作用でのみ崩壊可能



⇒ 寿命: $\frac{1}{\Gamma} = \frac{192\pi^3}{G_F^2 m_\mu^5} \approx 2.2 \times 10^{-6} \text{ s}$

クイズ

Q. μ^+ の寿命と μ^- の寿命、短いのはどっち？

(ただし、物質中で静止しているものとする.)



選択肢

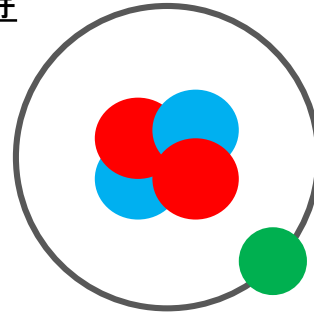
1. μ^+

2. μ^-

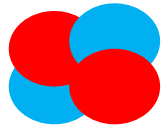
3. 同じ

原子核に束縛されたミューオンの崩壊

μ^- は物質中で止まると原子核に束縛



Decay in orbit
($\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$)

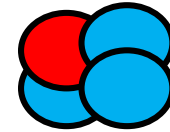


$\bar{\nu}_e$



ν_μ

Nuclear muon capture
($\mu^- p \rightarrow \nu_\mu n$)

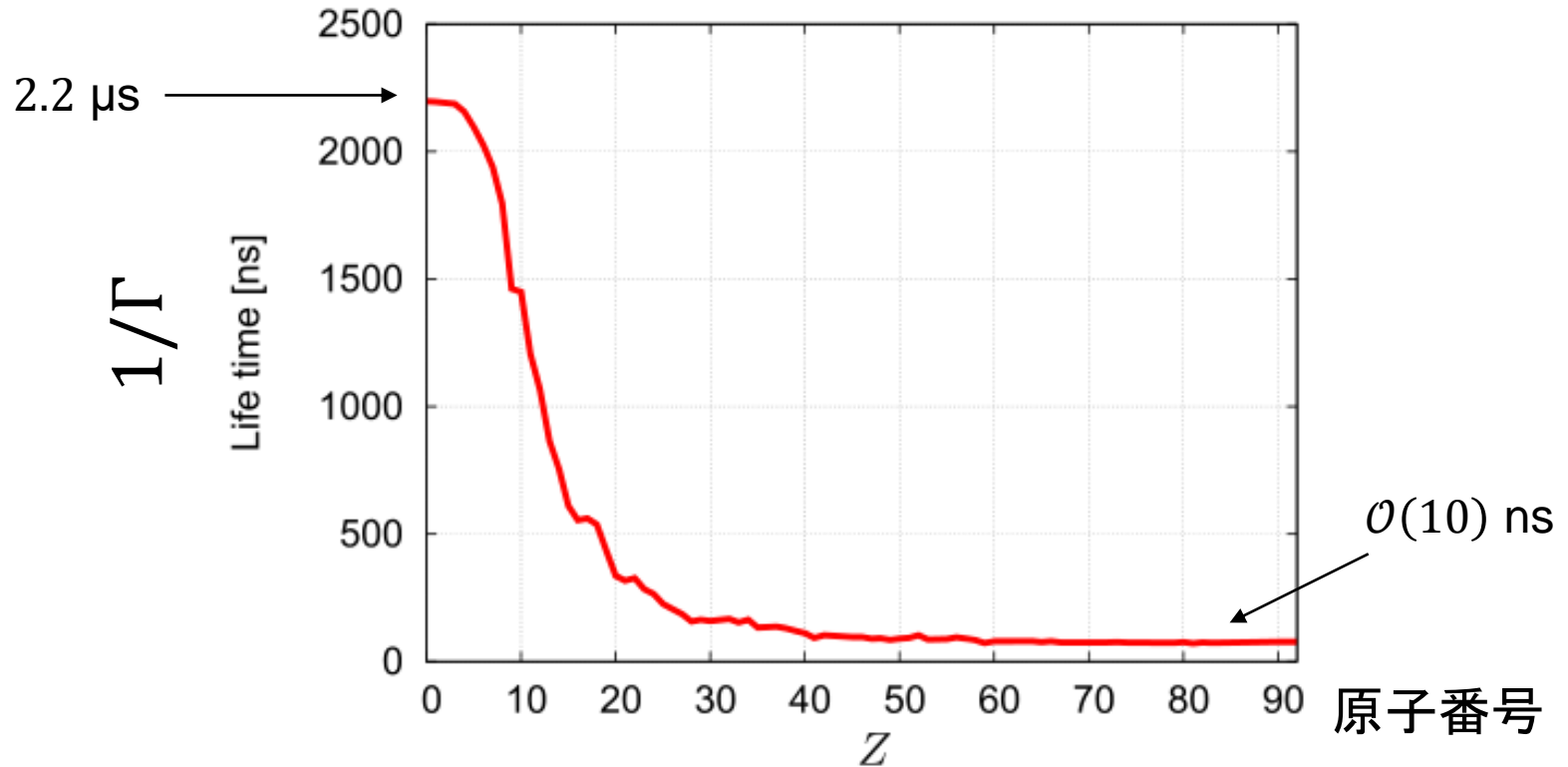


ν_μ

- ・ 大きな原子核で少しだけ起こりにくい
(相対論的時間の遅れ)

- ・ 大きな原子核ほど起こりやすい $\propto Z^4$

原子軌道上のミュオン崩壊

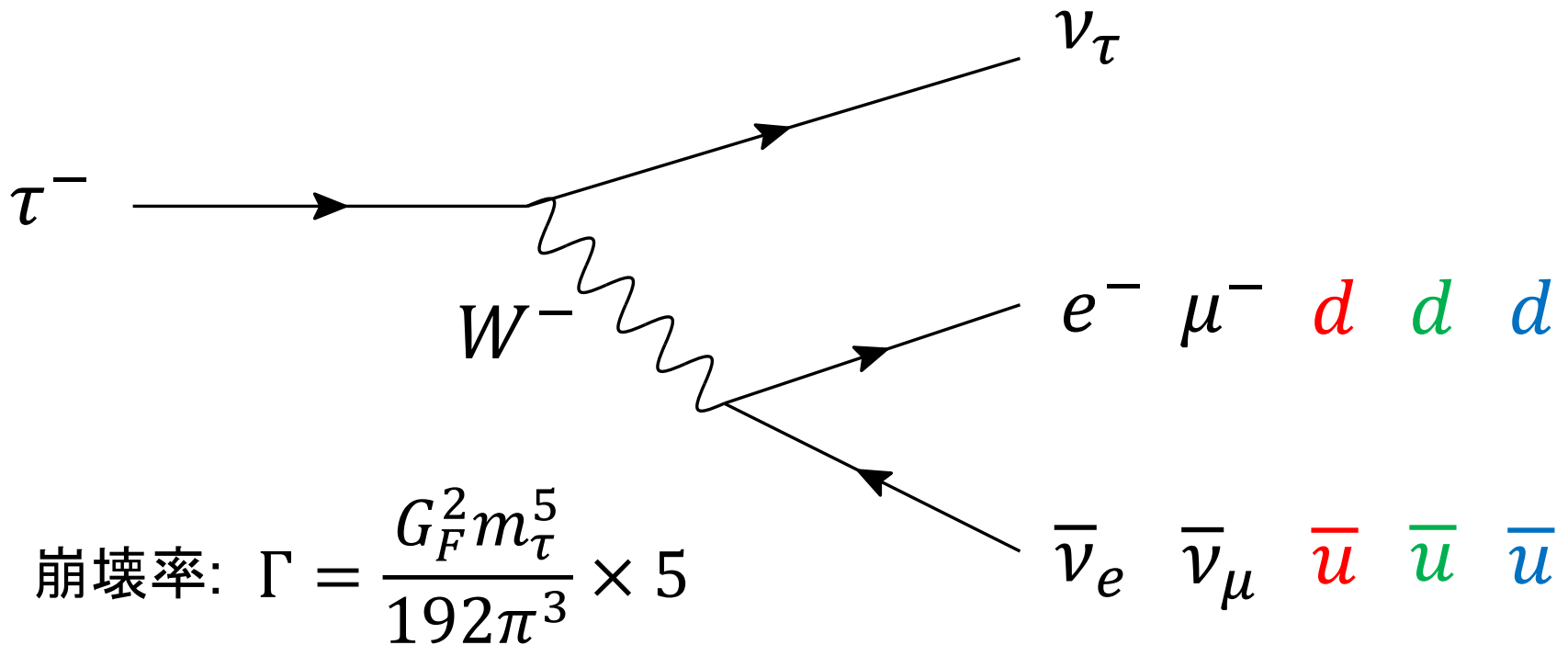


$$\Gamma = Q\Gamma_d + \Gamma_c \quad \leftarrow \text{原子核捕獲反応の分崩壊しやすい}$$

$$Q: \text{Huff factor } (< 1) \quad \Gamma_d = 1/(2.2 \mu\text{s}) \quad \Gamma_c \simeq Z_{\text{eff}}^4 X_1 \left(1 - X_2 \left(\frac{A-Z}{2A} \right) \right)$$

タウの(普通の)崩壊

弱い相互作用でのみ崩壊可能



⇒ 寿命: $\frac{1}{\Gamma} = \frac{192\pi^3}{5G_F^2 m_\tau^5} \approx 3.3 \times 10^{-13} \text{ s}$ ← 実測値
 $\approx 2.9 \times 10^{-13} \text{ s}$

CLFV探索における μ と τ



- 大強度 (10^8 /s) のビームが利用可能
- 寿命が $2.2 \mu\text{s}$ で不安定素粒子としてはかなり長め
- ミューオン原子やミューオニウムといった束縛状態を形成
⇒ 単なる自由粒子の崩壊ではできない探索が可能 (後述)



- B-factoryでたくさん対生成
- 質量が大きくハドロンにも崩壊可能
⇒ 様々なCLFVモードの探索が可能
- μe 間のLFVが小さい模型の検証にはこちらが有利

ミューオンを用いたCLFV探索

$$(\Delta L_\mu = -\Delta L_e = \pm 1)$$

1) $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ (BR: 崩壊分岐比)

$BR < 3.1 \times 10^{-13}$ by MEGII (& MEG)

将来 arXiv: 2310.12614.

⇒ $BR \sim 6 \times 10^{-14}$ (MEGII)

2) $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$

$BR < 1.0 \times 10^{-12}$ by SINDRUM

Nucl. Phys. B 299 (1988) 1.

将来
⇒ $BR \sim \mathcal{O}(10^{-16})$ (Mu3e)

ミューオン原子

3) $\mu^- N \rightarrow e^- N$

$BR(\mu^- \text{Au} \rightarrow e^- \text{Au}) < 7 \times 10^{-13}$ by SINDRUM II

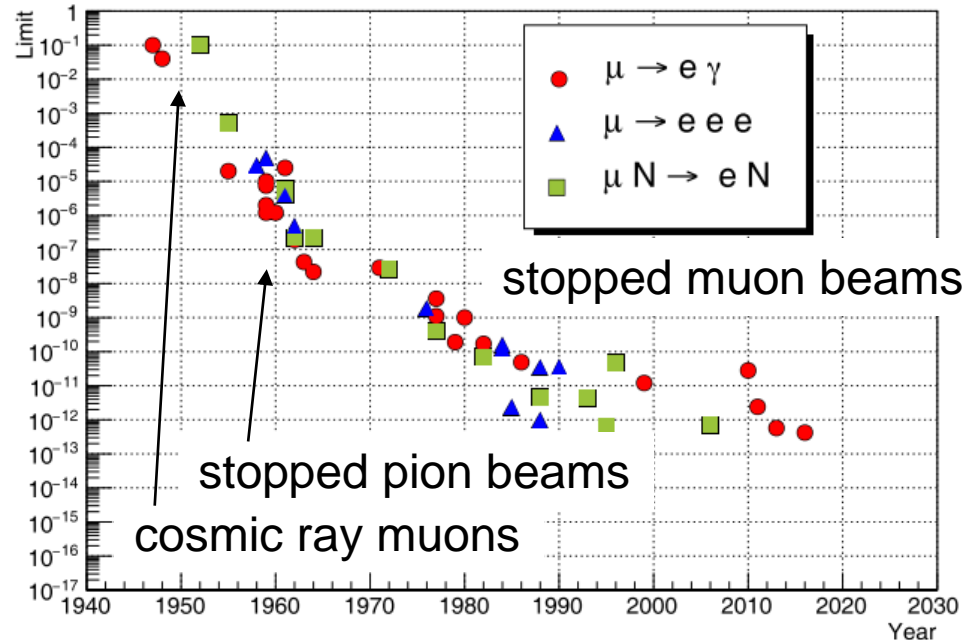
Eur. Phys. J. C 47 (2006) 337.

将来

⇒ $BR(\mu^- \text{Al} \rightarrow e^- \text{Al}) \sim \mathcal{O}(10^{-17})$
(COMET phase-II, Mu2e phase-II)

$BR(\mu^- \text{C} \rightarrow e^- \text{C}) \sim 2 \times 10^{-13}$ (DeeMe)

探索の歴史



L. Calibbi & G. Signorelli, Riv. Nuovo Cim. **41**, no. 2, 1 (2018).

有効場の理論

- 新物理模型の詳細に依らない解析手法

標準模型の場だけを使い 対称性で許される高次演算子を書き下す

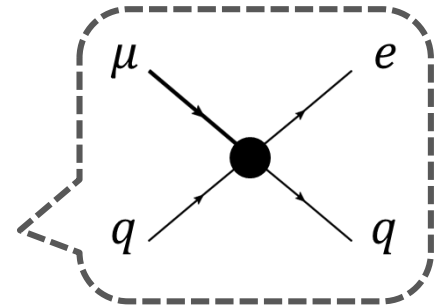
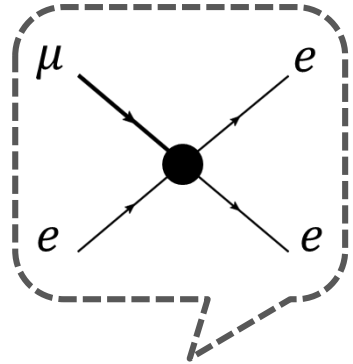
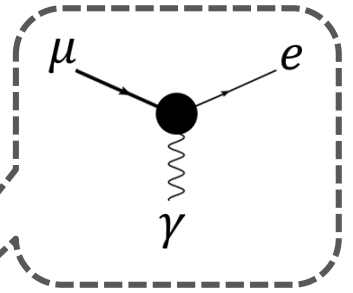
$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{eff}^D + \mathcal{L}_{eff}^{4\ell} + \mathcal{L}_{eff}^{\ell q} + \dots$$

$$\mathcal{L}_{eff}^D = -\frac{m_\mu}{\Lambda^2} \left\{ [\bar{e} \sigma_{\alpha\beta} (C_L^D P_L + C_R^D P_R) \mu] F^{\alpha\beta} + \text{h. c.} \right\}$$

$$F^{\alpha\beta} = \partial^\alpha A^\beta - \partial^\beta A^\alpha$$

$$\mathcal{L}_{eff}^{4\ell} = -\frac{1}{\Lambda^2} \left\{ C_{LL}^V [\bar{e} \gamma_\alpha P_L e] [\bar{e} \gamma^\alpha P_L \mu] + C_{LR}^V [\bar{e} \gamma_\alpha P_L e] [\bar{e} \gamma^\alpha P_L \mu] \right. \\ \left. + C_{LL}^S [\bar{e} P_L e] [\bar{e} P_L \mu] + (L \leftrightarrow R) + \text{h. c.} \right\}$$

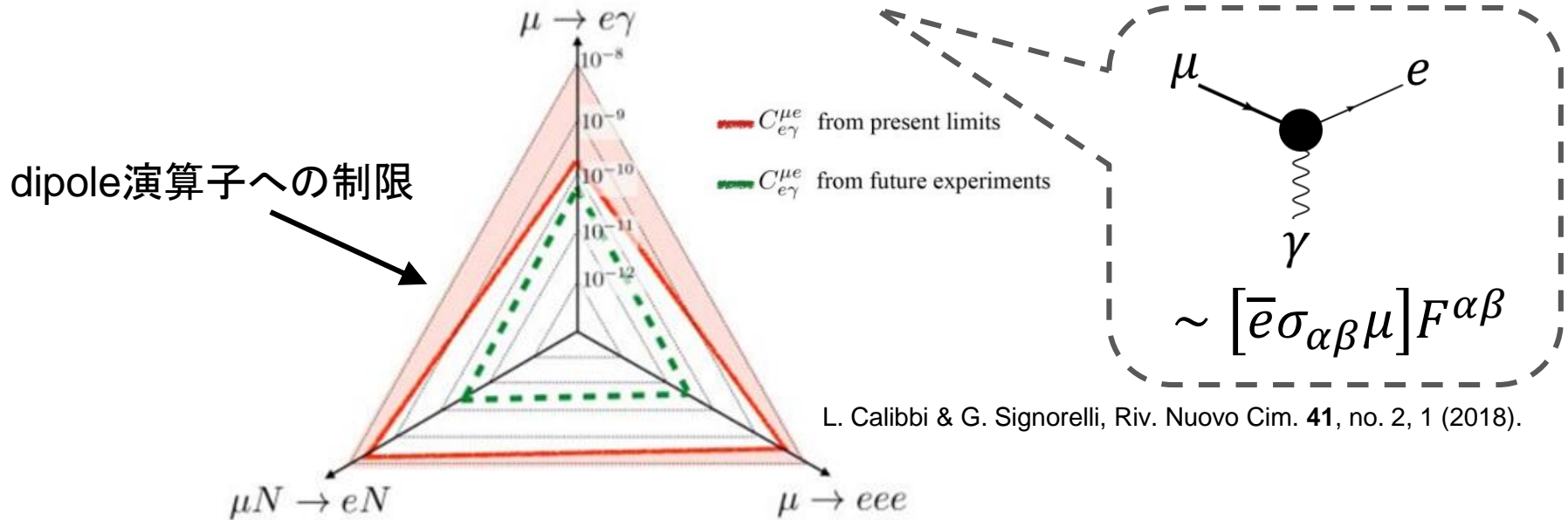
$$\mathcal{L}_{eff}^{\ell q} = -\frac{1}{\Lambda^2} \sum_q \left\{ [\bar{e} \gamma^\alpha (C_L^{V,q} P_L + C_R^{V,q} P_R) \mu] [\bar{q} \gamma_\alpha q] \right. \\ \left. + [\bar{e} (C_L^{S,q} P_L + C_R^{S,q} P_R) \mu] [\bar{q} q] + \dots + \text{h. c.} \right\}$$



$\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ vs. $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$ vs. $\mu^- N \rightarrow e^- N$

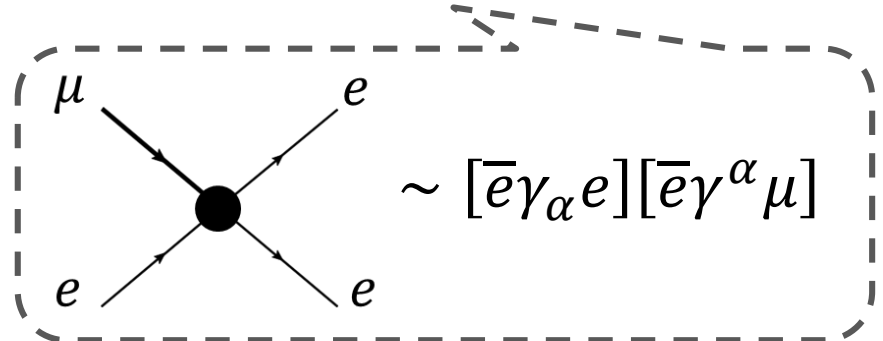
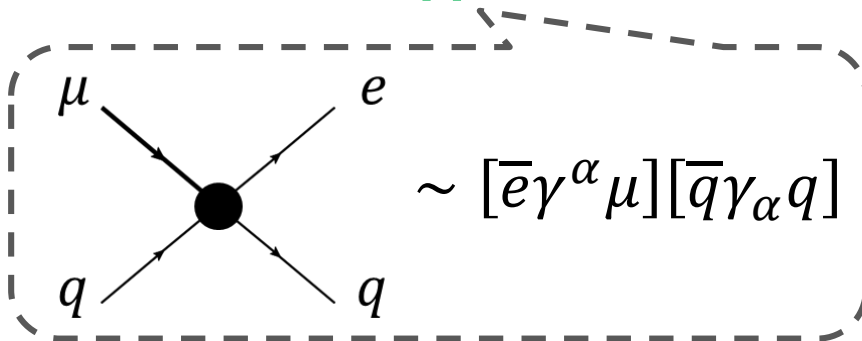
➤ 様々な過程を使って相補的に新物理を探索

- $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$: **dipole型**に強い ※ dipole演算子は他の過程にも寄与



- $\mu^- N \rightarrow e^- N$: **$\bar{e}e\bar{q}q$ 型**に強い

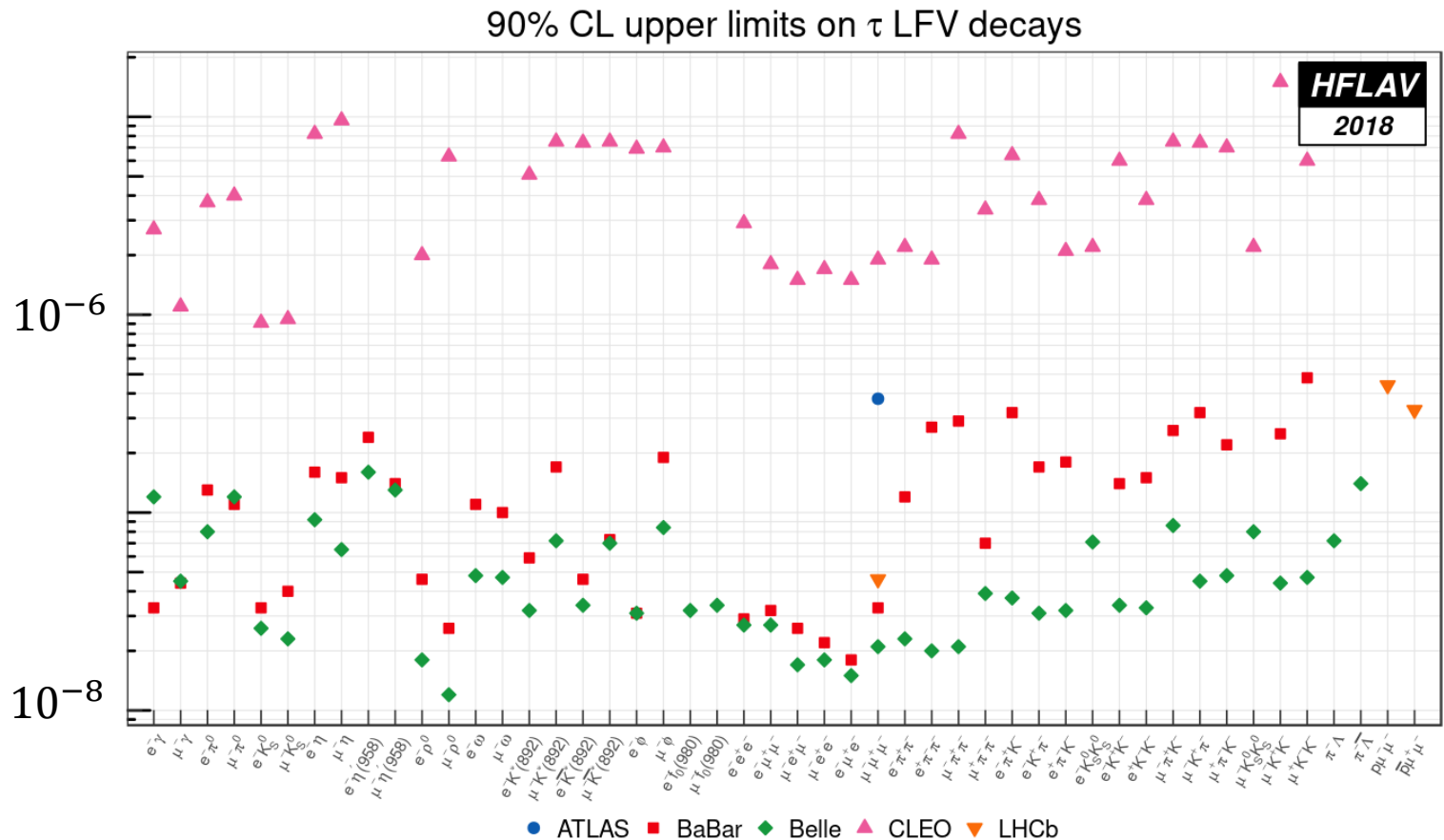
- $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$: **$\bar{e}e\bar{e}\mu$ 型**に強い



タウレプトンを用いたCLFV探索

➤ B-factoryの副産物を利用

$\text{Br}(\tau \rightarrow X) \equiv \Gamma(\tau \rightarrow X)/\Gamma(\tau \rightarrow \text{all})$: 崩壊分岐比



現在の上限 $\sim 10^{-8}$ \Rightarrow 将来 (Belle II) $\sim 10^{-10}$

前半のまとめ

◆ レプトンフレーバー

- 荷電レプトンの質量固有状態で定義
- レプトンフレーバーは標準模型の枠組みで非常によく保存
- ニュートリノ振動で保存しないことはわかっている

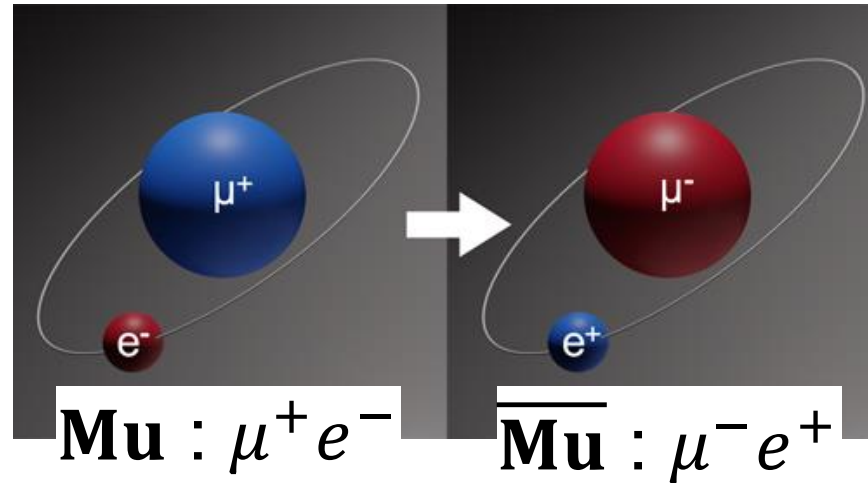
◆ 荷電レプトンフレーバー非保存(CLFV)過程

- 新物理の影響で大きなCLFVが観測される可能性
- 素粒子模型に強い制限とヒントを与える
- 素朴な探索方法は 荷電レプトンの稀崩壊探索



- μ と τ それぞれに利点
- いろいろな過程を相補的に探ることが大切

Muonium(Mu)-to-Antimuonium($\overline{\text{Mu}}$) 転換

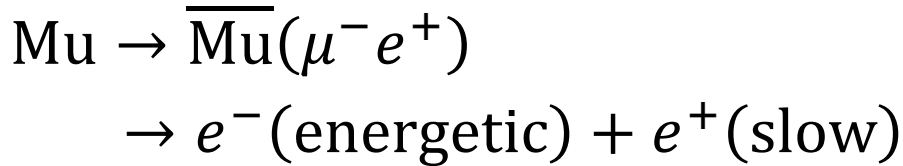


cf. $K^0 \leftrightarrow \overline{K}^0$

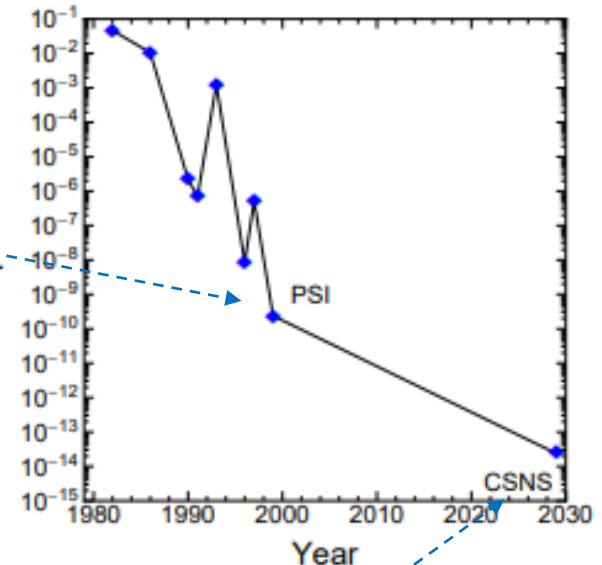
- $\Delta L_\mu = -\Delta L_e = 2$ のレプトンフレーバーを破る(LFV)過程
 $\Delta L_\mu = -\Delta L_e = \pm 1$ のLFVは $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow 3e$ などで厳しく制限
 フレーバーを一度に2つ変えるようなCLFV探索手法として unique
- 1999年の実験から制限の更新がない
- J-PARC(日本)やCSNS(中国)で将来実験が提案

Mu-to- $\overline{\text{Mu}}$ 実験のこれまでとこれから

- ◆ Paul Scherrer Institut (PSI) L. Willmann *et al.*, PRL82, 49 (1999).



$$P < 8.3 \times 10^{-11} \quad (\text{磁場 } 0.1 \text{ T}) \\ \Rightarrow |G_i|/G_F < \mathcal{O}(10^{-3})$$

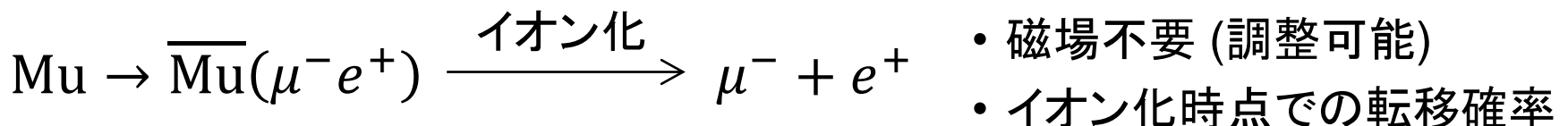


- China Spallation Neutron Source (CSNS) J.Tang *et al.* (MACE), arXiv:2203.11406

探索原理は PSI と同様

$$P \sim \mathcal{O}(10^{-13} - 10^{-14}) \Rightarrow |G_i|/G_F < \mathcal{O}(10^{-4} - 10^{-5})$$

- Japan Proton Accelerator Research Complex (J-PARC) N.Kawamura *et al.*, JPS Conf. Proc. 33, 011120 (2021)



有効相互作用

参考: R. Conlin & A. A. Petrov, PRD102, 095001 (2020).

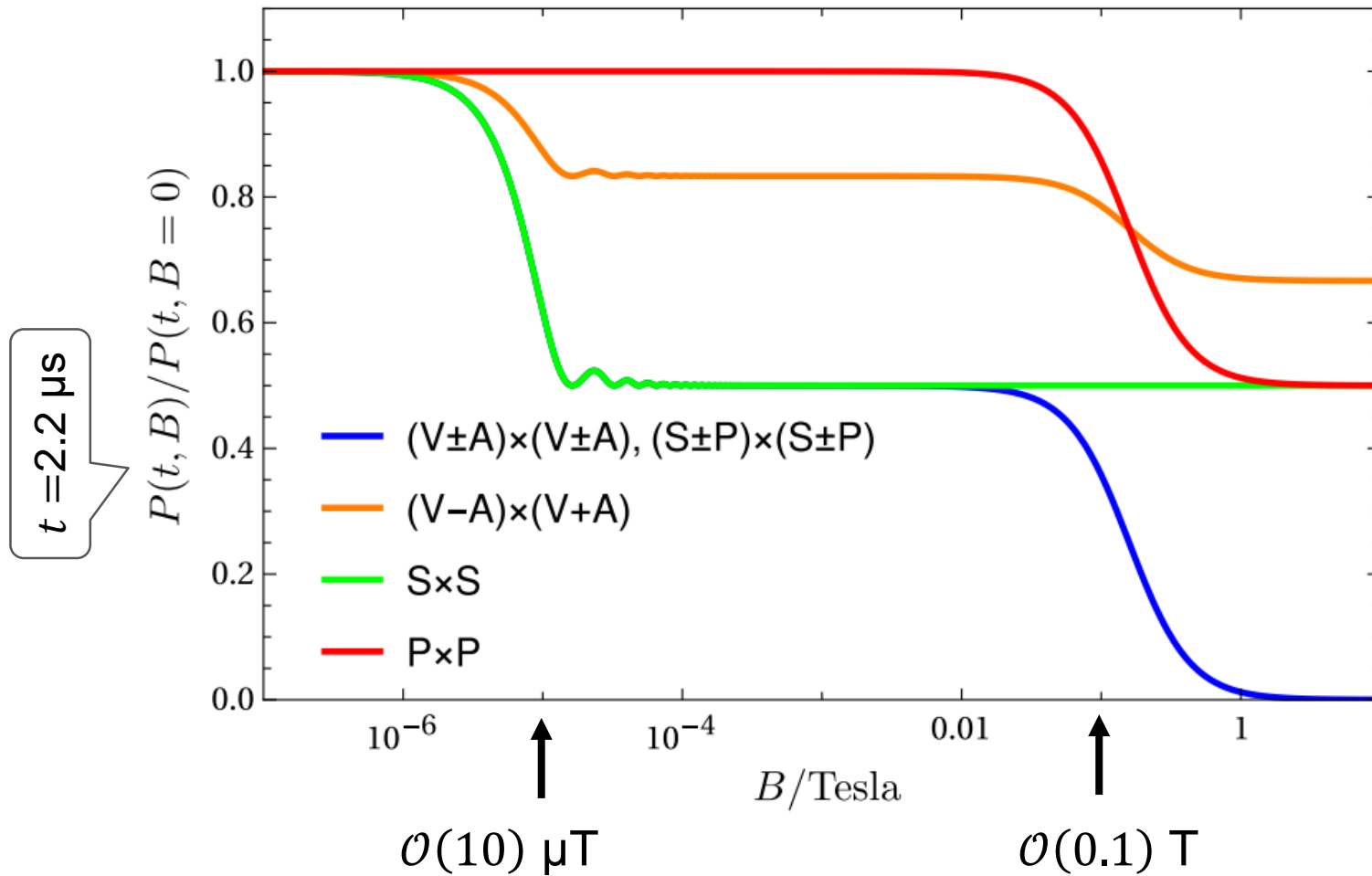
$$\mathcal{H}_{\text{Mu}-\overline{\text{Mu}}} = \sum_i \frac{G_i}{\sqrt{2}} Q_i$$

G_i : 結合定数

$Q_1 = [\bar{\mu}\gamma_\alpha(1 - \gamma_5)e][\bar{\mu}\gamma^\alpha(1 - \gamma_5)e]$	$(V - A)(V - A)$
$Q_2 = [\bar{\mu}\gamma_\alpha(1 + \gamma_5)e][\bar{\mu}\gamma^\alpha(1 + \gamma_5)e]$	$(V + A)(V + A)$
$Q_3 = [\bar{\mu}\gamma_\alpha(1 - \gamma_5)e][\bar{\mu}\gamma^\alpha(1 + \gamma_5)e]$	$(V - A)(V + A)$
$Q_4 = [\bar{\mu}(1 - \gamma_5)e][\bar{\mu}(1 - \gamma_5)e]$	$(S - P)(S - P)$
$Q_5 = [\bar{\mu}(1 + \gamma_5)e][\bar{\mu}(1 + \gamma_5)e]$	$(S + P)(S + P)$

※ 4-Fermi型の演算子は以上で全て (∵ Fierz 恒等式)

転換確率の磁場依存性



磁場を強くしていくと転換確率が大きく変わる箇所が 2つ 存在!

かつ その変化は相互作用の形に依存!!

磁場中の遷移確率

$$\sum_{F,m} f_{F,m} = 1$$


$$P(t) = \sum_{F,m} f_{F,m} P(F, m; t)$$

4 states in ミューオニウム(1s)

$$(F, m) = (0,0), (1,0), (1, \pm 1)$$

$$f_{1,1} + f_{1,-1} = f_{1,0} + f_{0,0} = 1/2$$

$m = \pm 1$ 状態は磁場があると Mu と $\overline{\text{Mu}}$ 間にエネルギー差 ΔE が生じる

→ エネルギー縮退が解けることで遷移は大きく抑制 

$$P(1, \pm 1; t) \simeq e^{-t/\tau} \frac{|\mathcal{M}_{1,\pm 1}|^2}{|\mathcal{M}_{1,\pm 1}|^2 + (\Delta E/2)^2} \sin^2 \sqrt{|\mathcal{M}_{1,\pm 1}|^2 + (\Delta E/2)^2} t$$

τ : ミューオンの寿命 $\sim 2.2 \mu\text{s}$

$$\tau \Delta E = 3.8 \times 10^5 B / \text{Tesla}$$



$B \simeq \mathcal{O}(10) \mu\text{T}$ より大きな磁場中では

$(F, m) = (1, \pm 1)$ 状態は Mu -to- $\overline{\text{Mu}}$ を起こさない

cf. 地磁気 $30\text{-}60 \mu\text{T}$

磁場中の遷移確率

$$\sum_{F,m} f_{F,m} = 1$$

$$P(t) = \sum_{F,m} f_{F,m} P(F, m; t)$$

4 states in ミューオニウム(1s)

$$(F, m) = (0,0), (1,0), (1, \pm 1)$$

$$f_{1,1} + f_{1,-1} = f_{1,0} + f_{0,0} = 1/2$$

$m = 0$ 状態だと Mu と $\overline{\text{Mu}}$ 間の磁場によるエネルギー差は 0 \rightarrow 抑制されない
ただし $F = 0$ と $F = 1$ の状態が混合 (磁場が全角運動量の保存を破る)

$$\begin{pmatrix} |\text{Mu}; 1,0\rangle_B \\ |\text{Mu}; 0,0\rangle_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & s \\ -s & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\text{Mu}; \downarrow, \uparrow\rangle \\ |\text{Mu}; \uparrow, \downarrow\rangle \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} |\overline{\text{Mu}}; 1,0\rangle_B \\ |\overline{\text{Mu}}; 0,0\rangle_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s & c \\ -c & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\overline{\text{Mu}}; \downarrow, \uparrow\rangle \\ |\overline{\text{Mu}}; \uparrow, \downarrow\rangle \end{pmatrix}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{X}{\sqrt{1+X^2}}} \quad s = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{X}{\sqrt{1+X^2}}}$$

$$X = \frac{\mu_B B}{a} \left(g_e + \frac{m_e}{m_\mu} g_\mu \right) \simeq 6.31 B / \text{Tesla} \rightarrow \mathcal{O}(0.1) \text{ T 以上で影響が可視化}$$

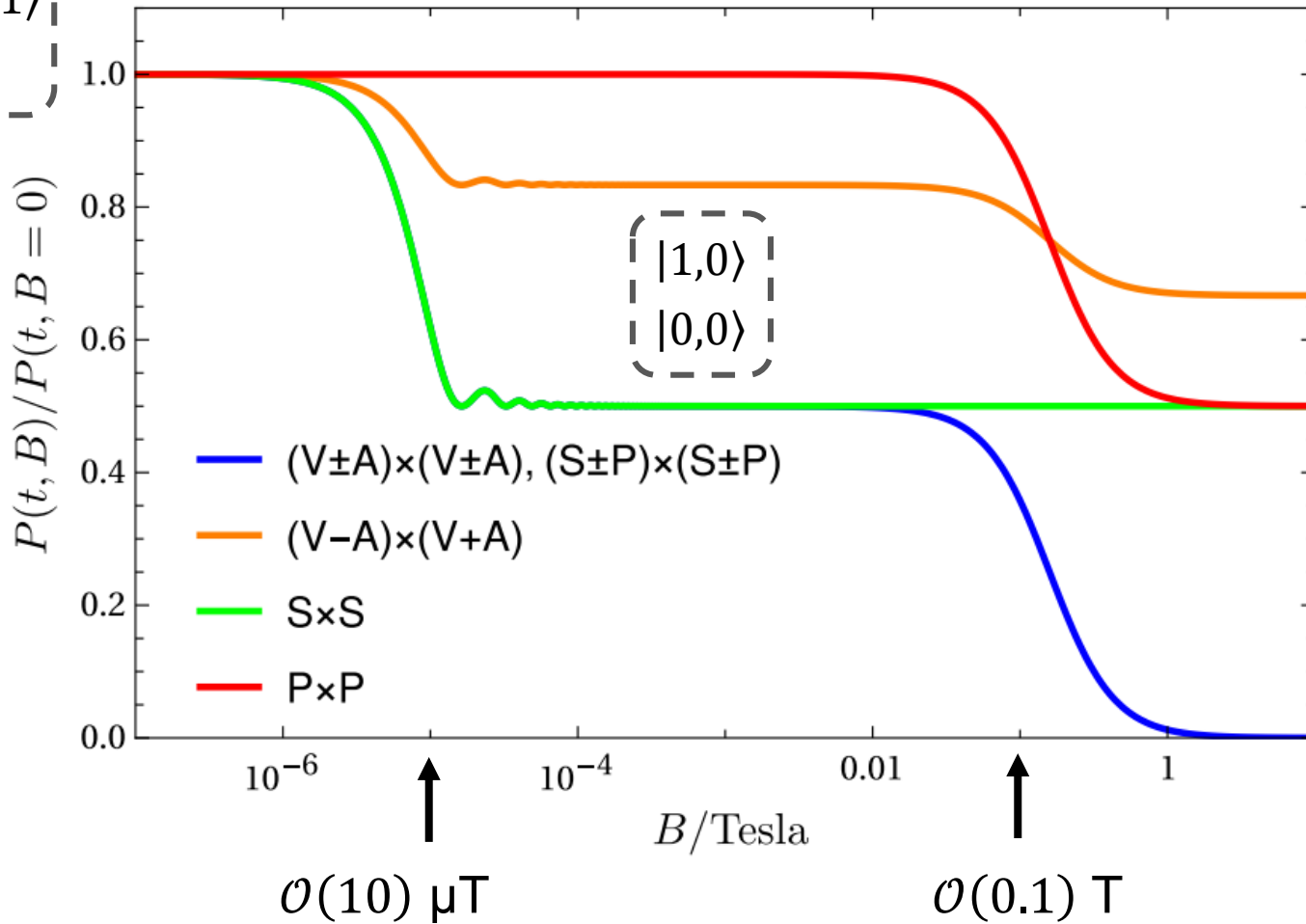
✓ 強磁場下で $Q_{V\mp A, S\mp P}$ は転換に寄与しない $\because \langle \overline{\text{Mu}}; \downarrow, \uparrow | Q_{V\mp A, S\mp P} | \text{Mu}; \downarrow, \uparrow \rangle = 0$

転換確率の磁場依存性

転換に寄与する状態

$|1,0\rangle$ $|1,\pm 1\rangle$
 $|0,0\rangle$

$t = 2.2 \mu\text{s}$



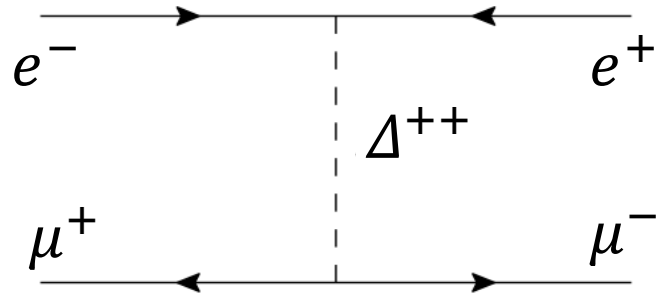
$m = \pm 1$ 状態の寄与が消滅

2つの $m = 0$ 状態が混合

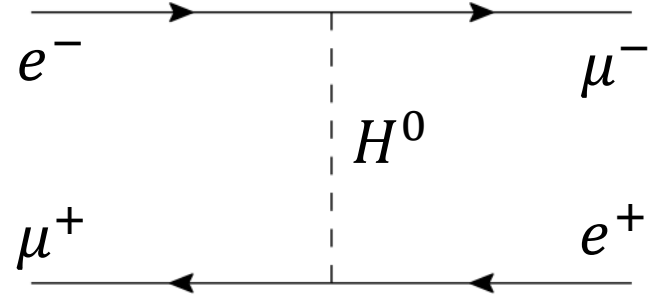
➤ 大きさの異なる磁場中での観測により 演算子の判別が可能 !!

Tree-level contribution

- Doubly charged



- Neutral



➤ 模型例 (PRD105, 015026 (2022))

Mediator	Model	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5
++	Type I + II hybrid seesaw	✓	–	–	–	–
++	Left-right model with $SU(2)_R$ triplet	–	✓	–	–	–
0	Inert Higgs doublet	–	–	✓	△	△
0	R -parity violating SUSY	–	–	✓	–	–
++	Dilepton gauge boson	–	–	✓	–	–
0	Neutral flavor gauge boson	✓	✓	✓	–	–

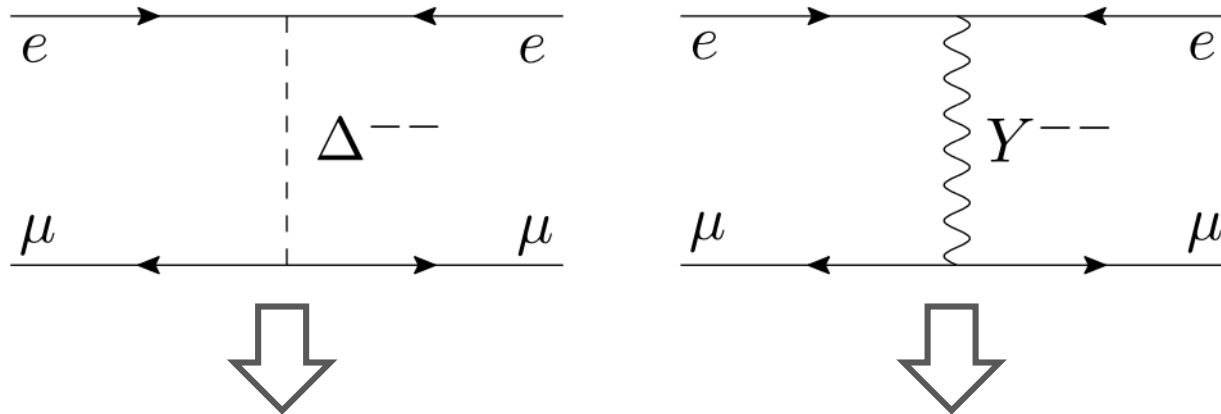
✓ : $G_i/G_F \sim O(10^{-3})$ is allowed

△ : suppressed by LFV bounds
in case of degenerate H & A

媒介粒子と演算子の対応

➤ Doubly-charged boson

基本的には “single operator dominance”



$$Q_1 = [\bar{\mu}\gamma_\alpha(1 - \gamma_5)e][\bar{\mu}\gamma^\alpha(1 - \gamma_5)e] \quad Q_3 = [\bar{\mu}\gamma_\alpha(1 - \gamma_5)e][\bar{\mu}\gamma^\alpha(1 + \gamma_5)e]$$

or

$$Q_2 = [\bar{\mu}\gamma_\alpha(1 + \gamma_5)e][\bar{\mu}\gamma^\alpha(1 + \gamma_5)e]$$

➤ Neutral boson

$Q_{1,2,4,5}$ と Q_3 が同程度の大きさに混合 ← axion-like particleの例で詳しく見てみる

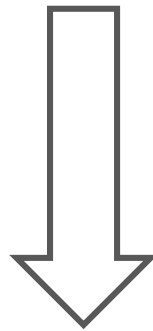
模型例: Axion-like particle (ALP)

M.Bauer *et al.*, PRL**124**, 211803 (2020).

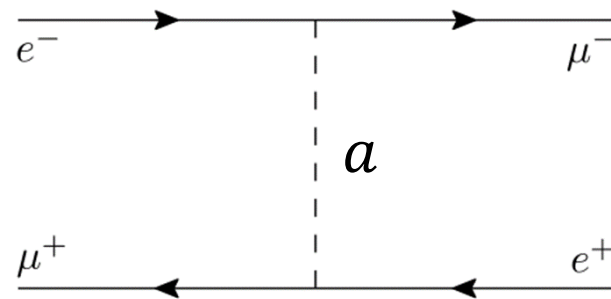
M.Endo, S.Iguro & T.Kitahara, JHEP**06**, 040 (2020).

L.Calibbi, D.Redigolo, R.Ziegler & J.Zupan, JHEP**09**, 173 (2021).

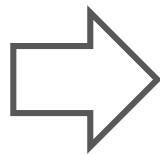
$$\mathcal{L} = (y_V a \bar{\mu} e + y_A a \bar{\mu} \gamma_5 e + \text{H. c.}) - \frac{1}{2} m_a^2 a^2$$



a を積分



$$\mathcal{L}_{\text{eff}} \supset \frac{1}{2m_a^2} \left(y_V^2 (\bar{\mu} e)^2 + y_A^2 (\bar{\mu} \gamma_5 e)^2 + 2y_V y_A (\bar{\mu} e) (\bar{\mu} \gamma_5 e) \right)$$



$$G_0 = \frac{1}{8\sqrt{2}} \frac{y_V^2 + y_A^2}{m_a^2}$$

$$G_3 = \frac{1}{4\sqrt{2}} \frac{y_V^2 - y_A^2}{m_a^2}$$

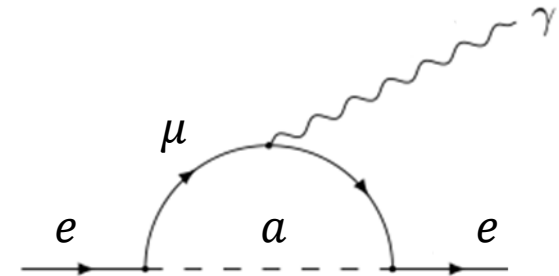
$$\left(G_0 \equiv G_1 + G_2 - \frac{1}{4} G_4 - \frac{1}{4} G_5 \right)$$

電子g-2

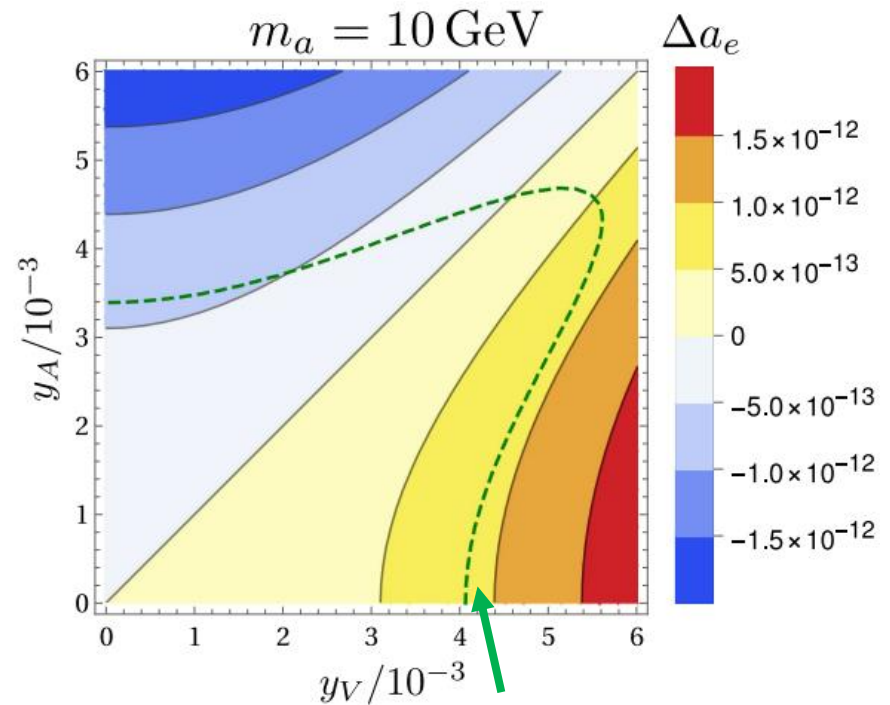
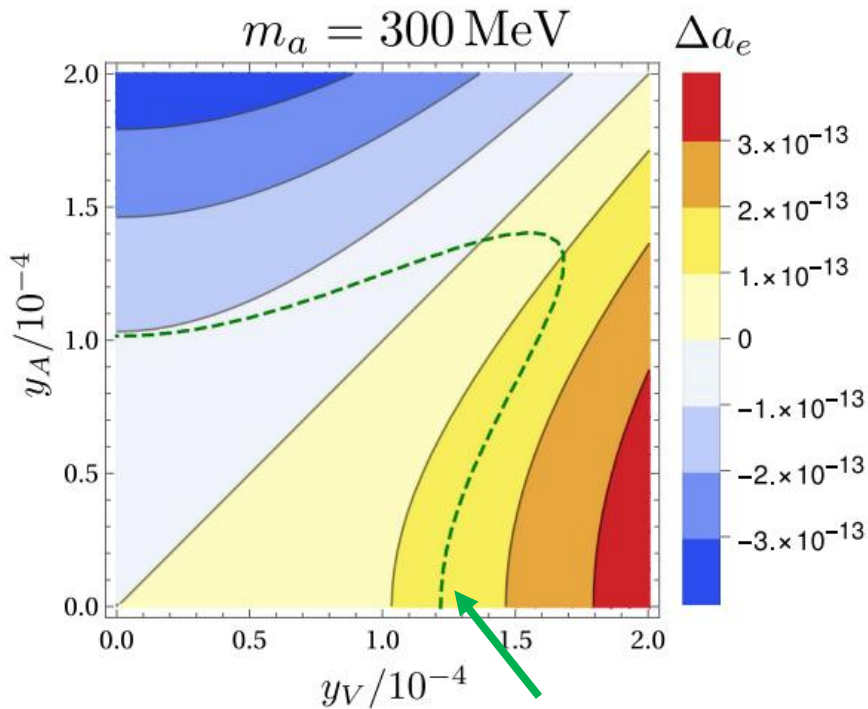
実験と理論にズレ(?)

$$\Delta a_e^{\text{Cs}} = (-1.02 \pm 0.26) \times 10^{-12}$$

$$\Delta a_e^{\text{Rb}} = (0.34 \pm 0.16) \times 10^{-12}$$



$$\Delta a_e = \frac{1}{16\pi^2} \frac{m_e m_\mu}{m_a^2} (|y_V|^2 - |y_A|^2) f\left(\frac{m_a^2}{m_\mu^2}\right)$$



緑点線: 現在の $\text{Mu-to-}\overline{\text{Mu}}$ の制限 (外側が除外)

Mu-to- $\overline{\text{Mu}}$ 磁場依存性と電子g-2

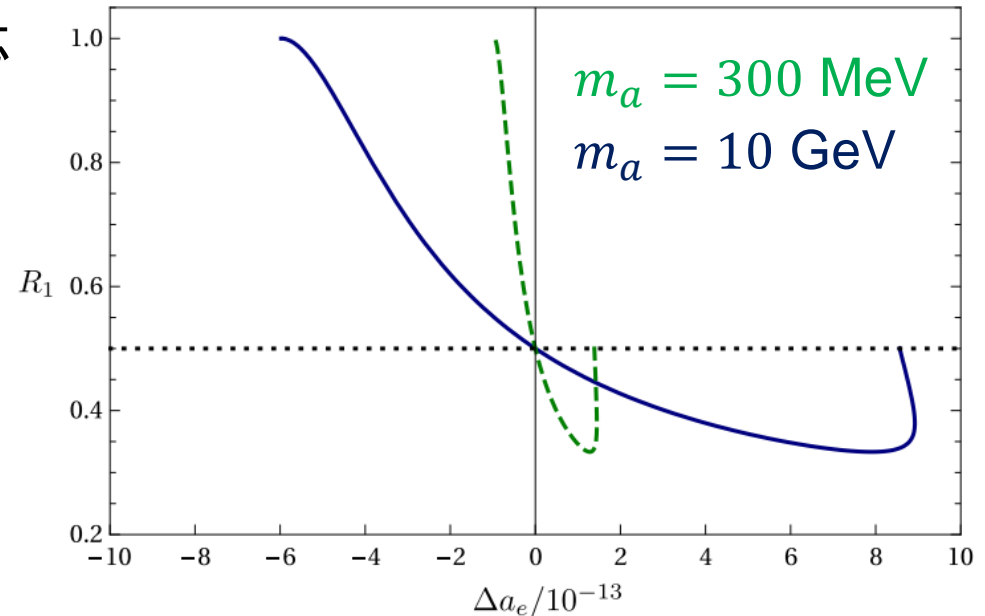
➤ 異なる磁場での転換確率比

$$R_1 \equiv \frac{P(t, B \simeq 1 \text{ mT})}{P(t, B = 0)} = \frac{|M_{1,m}|^2 + |M_{1,0}|^2}{3|M_{1,m}|^2 + |M_{0,0}|^2} = \frac{1}{2} + \frac{y_A^2(y_A^2 - y_V^2)}{2(y_V^4 - y_V^2 y_A^2 + y_A^4)}$$

➤ 異常磁気モーメント

$$\Delta a_e = \frac{1}{16\pi^2} \frac{m_e m_\mu}{m_a^2} (|y_V|^2 - |y_A|^2) f\left(\frac{m_a^2}{m_\mu^2}\right)$$

✓ Δa_e と $(R_1 - 1/2)$ の正負が対応



後半のまとめ

T. Fukuyama, Y. Mimura, & Y. Uesaka, PRD**108**, 095029 (2023).

● Mu-to- $\overline{\text{Mu}}$ 転換

- ✓ $\Delta F = 2$ の稀過程
- ✓ 日本と中国で将来実験
& PSI のミュオンビーム増強が計画
- ✓ 標準模型を超える素粒子模型のレプトン構造を調べるのに有用

● Mu-to- $\overline{\text{Mu}}$ 転換確率の磁場依存性

- ✓ 転換確率は磁場の強さによって大きさが変化
- ✓ 転換確率の比の測定により相互作用演算子が判定可能
- ✓ (有効相互作用間の物理位相も見える ← 電子EDMと関連)

● 模型例: Axion-like particle (論文では inert doublet や Z' も議論)

- ✓ パラメータにより複数の有効演算子が混ざる
- ✓ 磁場依存性は電子g-2と関係

⇒ (磁場を操作可能な) J-PARC方式のMu-to- $\overline{\text{Mu}}$ 転換探索は重要!!