

Belle実験における $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ の解析

$\tau^- \rightarrow \pi^- 3\pi^0 \nu_\tau$ における崩壊分岐比とスペクトラル関数の測定

奈良女子大学大学院

M2 池田侑加



目次

1. 目的
2. τ の物理
 - i. $\tau \rightarrow \pi \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の物理
 - ii. スペクトラル関数
3. Belle実験
 - i. Belle検出器
4. 研究
 - i. 研究の流れ
 - ii. τ 事象選別
 - iii. $\tau \rightarrow \pi \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別
 - iv. 質量分布
 - v. 質量分布のUnfold
5. まとめ・今後
 - i. まとめ
 - ii. 今後の課題

1. 目的

1. 目的

- $\tau \rightarrow \pi^- 3\pi^0 \nu_\tau$ の崩壊分岐比とスペクトラル関数の測定
 - スペクトラル関数は低エネルギーのハドロン状態の情報を記述している。
 τ のハドロン崩壊は、このスペクトラル関数を決定する理想的な過程である。
 - スペクトラル関数を決めれば、 τ で決めている α_s のチェック、
QCD低エネルギーパラメータ(クォーク凝縮パラメータ等)の決定が可能。
- 低エネルギー領域のハドロン状態は摂動論的QCDでは扱えない。
その状態を非摂動論QCDで理解することは、今日の最もチャレンジングな課題の1つである。
- τ のハドロン崩壊は、低エネルギーハドロン状態のクリーンな情報を与える。
- τ 崩壊では、ベクター($J^P=1^-$)と軸ベクター($J^P=1^+$)のスペクトラル関数の測定が可能。

2. τ の物理

- i. $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の物理
- ii. スペクトラル関数

i . $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 崩壊の物理

τ 粒子

第3世代に属する最も重いレプトン

(質量 $1.777 \text{ GeV}/c^2$)

レプトンの中で唯一

ハドロニック崩壊をする。

	quark generation			lepton generation		
	1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd
charge	2/3			0		
	u up	c charm	t top	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ taun neutrino
	-1/3			-1		
	d down	s strange	b bottom	e electron	μ muon	τ taun

•レプトニック崩壊

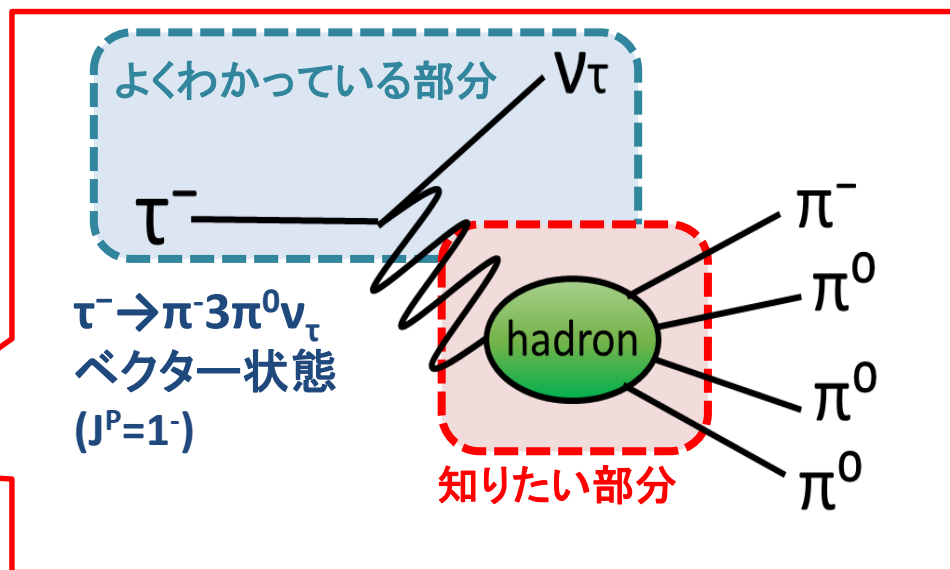
$$\tau \rightarrow e \nu_e \nu_\tau$$

$$\tau \rightarrow \mu \nu_\mu \nu_\tau$$

•ハドロニック崩壊

$$\tau \rightarrow \nu_\tau (\text{hadrons})^-$$

$$\tau \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$$



ii . 4π系のスペクトラル関数

$$v(s) = \frac{M_\tau^2}{6|V_{ud}|^2 S_{EW} \left(1 - \frac{s}{M_\tau^2}\right)^2 \left(1 + \frac{s}{M_\tau^2}\right)} \frac{B_{4\pi}}{B_e} \frac{1}{N} \frac{dN}{ds}$$

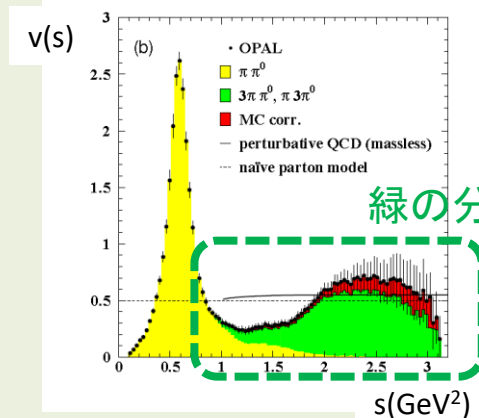
•実験的に決まる:

崩壊分岐比・質量分布

•既知



→ スペクトラル関数 $v(s)$ を求める



先行実験(OPAL)の
スペクトラル関数

緑の分布が4π系に対応

1. $\pi^+ \pi^- \pi^- \pi^0$
2. $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ ← 今回の研究

Belleではこの500倍の統計で
2GeV²の領域の精度を上げる

s : $\pi 3\pi^0$ 系の不変質量の2乗

M_τ : τ 粒子の質量

$|V_{ud}|$: 小林益川行列のud成分

S_{EW} : 電弱相互作用による補正係数

$B_{4\pi}$: $\tau \rightarrow \pi 3\pi^0$ の崩壊分岐比

B_e : $\tau \rightarrow e^- \nu_e \nu_\tau$ の崩壊分岐比

$1/N \cdot dN/ds$: $\pi 3\pi^0$ 質量²分布

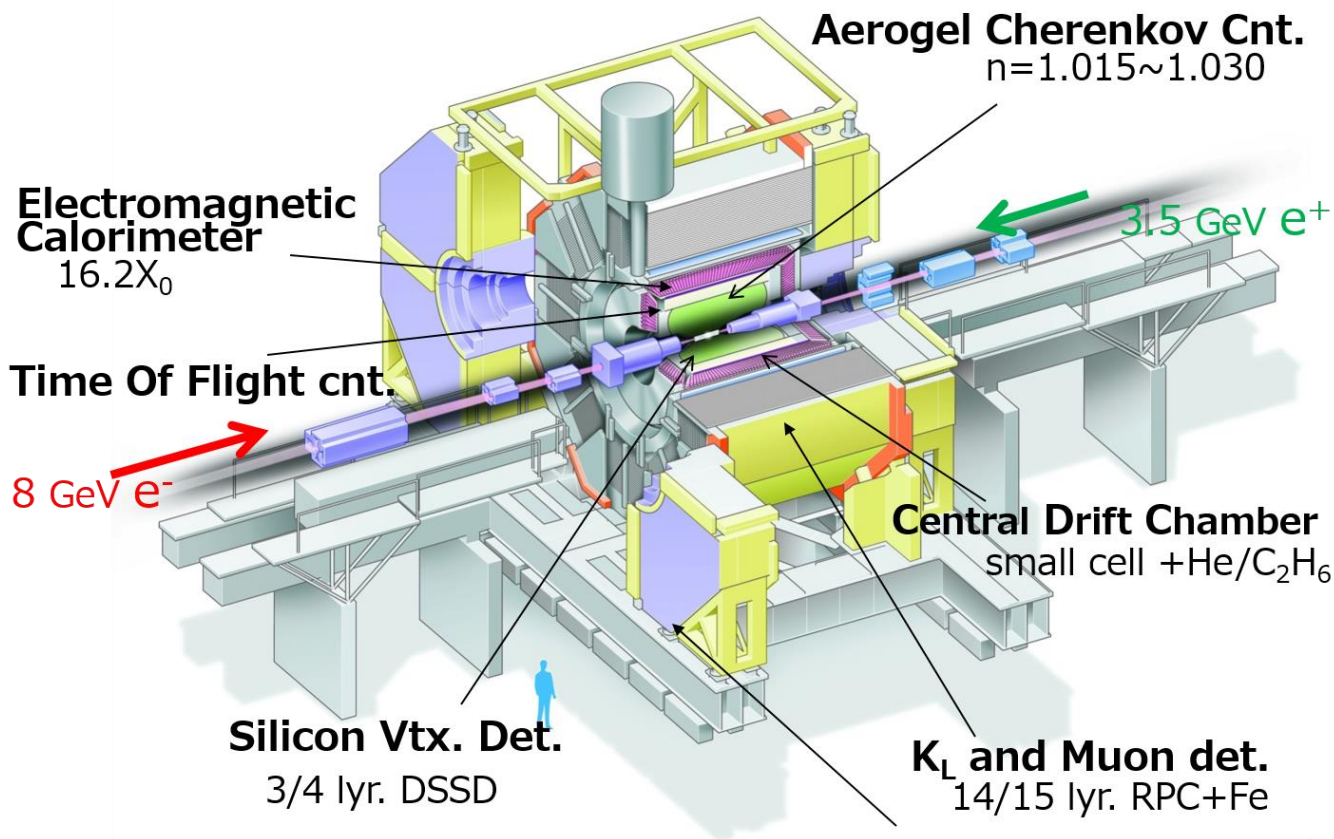
3. Belle実験

i. Belle検出器

i . Belle検出器

Belle検出器

- KEKB加速器で生成した粒子を検出する大型検出器。
- 複数の検出器から構成されている。



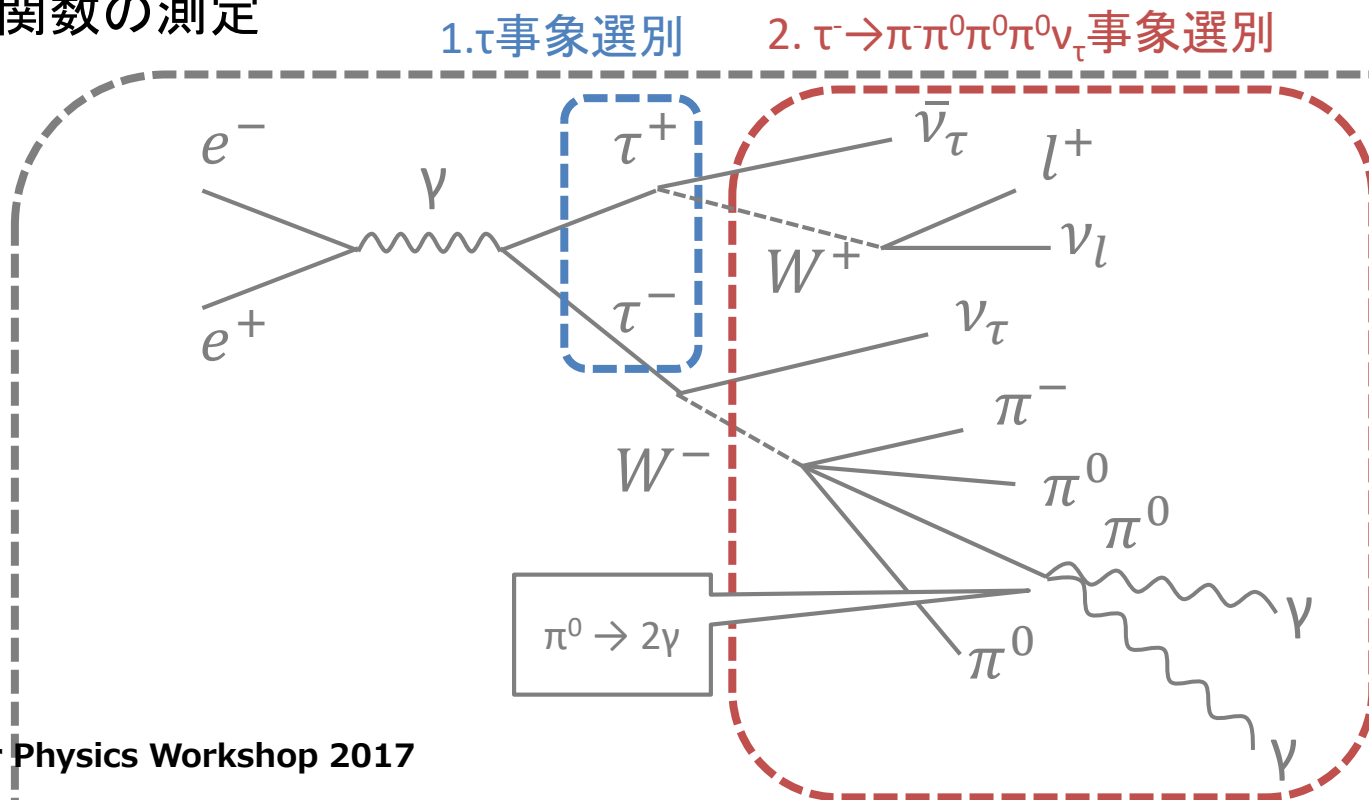
SVD: 粒子崩壊点検出器
CDC: 荷電粒子の飛跡・
運動量測定
ACC: K/ π 識別
TOF: 荷電粒子の
飛行時間測定
ECL: 電子・光子の
エネルギー測定
KLM: K_L⁰と μ の測定

4. 研究

- i. 研究の流れ
- ii. τ 事象選別
- iii. $\tau \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別
- iv. 質量分布
- v. 質量分布のUnfold

i. 研究の流れ

1. τ 事象選別
 2. $\tau \rightarrow \pi \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別
 3. 系全体の質量分布の測定
 4. 質量分布のUnfold
 5. 崩壊分岐比の測定
 6. スペクトラル関数の測定
- } 今ここ



ii. τ 事象選別 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$

標準的な τ ペア事象の選別条件を用いる。

$ee \rightarrow \tau\tau$ の特徴

1. 荷電粒子の飛跡が少ない(2~4本)。
2. 2つのジェットがほぼ正反対を向き一直線になる。
3. ν_τ のぶんのミッシング質量がある。

条件1 電荷による条件

荷電粒子の本数...2本 or 4本

かつ、

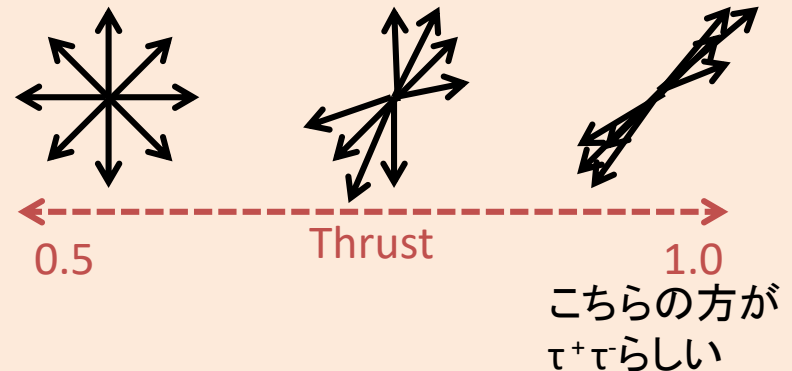
電荷の合計...0

→全 τ 崩壊事象から85%を選ぶことができる。

条件2 Thrustによる条件

$T > 0.9$

T ... Thrust: ジェットの方向・丸さを表す。



$$T = \frac{\sum_i |\vec{n} \cdot \vec{p}_i|}{\sum_i |\vec{p}_i|}$$

\vec{p}_i : 運動量

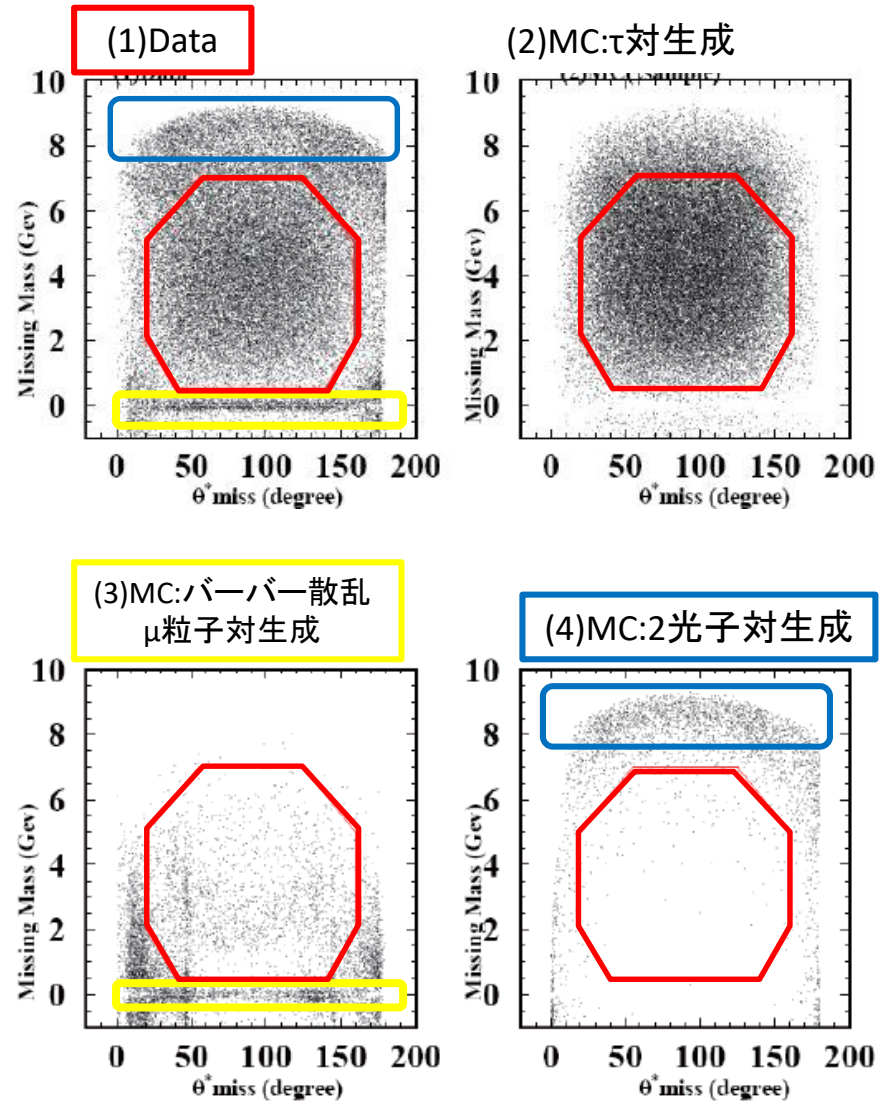
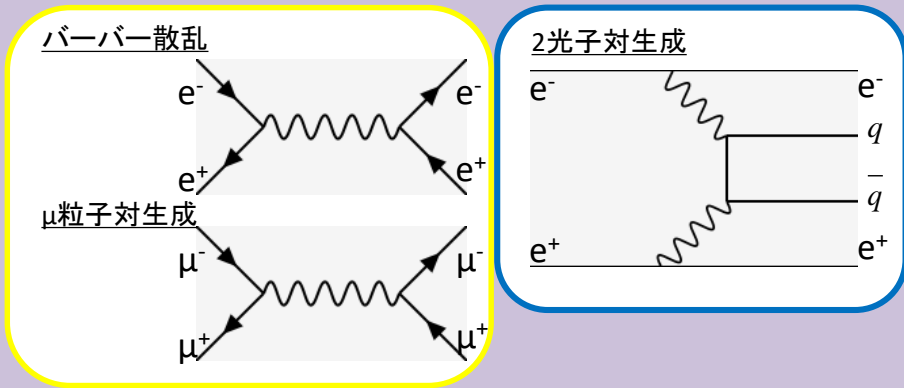
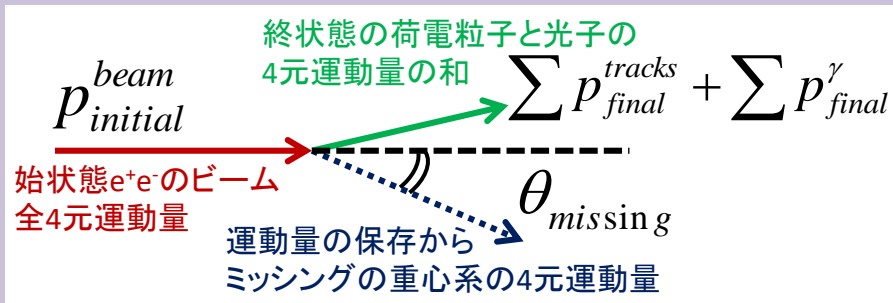
\vec{n} : T が最大になるようなベクトル

ii. τ 事象選別 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$

条件3 ミッシング角とミッシング質量による条件

赤い八角形の中にあること。

→バーバー散乱、 μ 粒子対生成、2光子対生成等のBGを除くため



iii. $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別

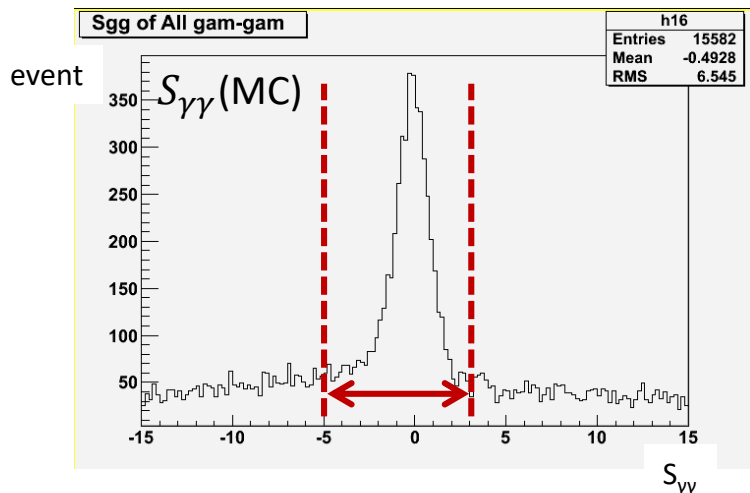
π^0 再構成

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma$$

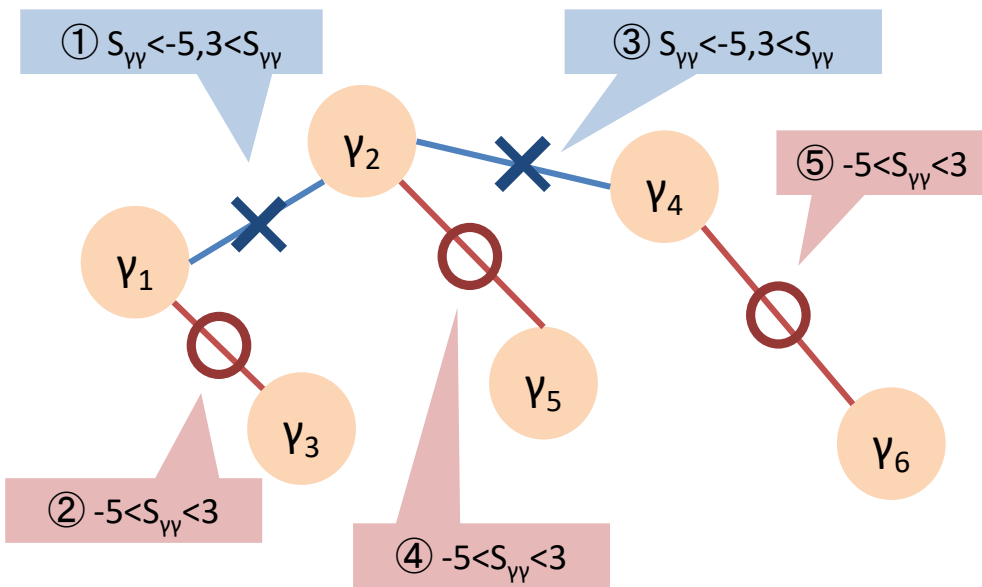
- 3つの π^0 再構成は簡単ではない。
- π^0 はほぼ100%の確率で2 γ に崩壊する。
- **2 γ を組み合わせて π^0 候補を探す。**
- シグナル領域は $-5 < S_{\gamma\gamma} < 3$
- この領域内に入ると π^0 とみなす。
- 2 γ の組は、エネルギーが高い順に重複を避けて選ぶ。
(多数のコンビネーションによるBGを減らすため)

$$S_{\gamma\gamma} \equiv \frac{(m_{\gamma\gamma} - m_{\pi^0})}{\sigma_{\gamma\gamma}}$$

$m_{\gamma\gamma}$: γ の不変質量
 m_{π^0} : π^0 の不変質量
 $\sigma_{\gamma\gamma}$: $m_{\gamma\gamma}$ の分解能



例: $E(\gamma_1) > E(\gamma_2) > E(\gamma_3) > E(\gamma_4) > E(\gamma_5) > E(\gamma_6)$



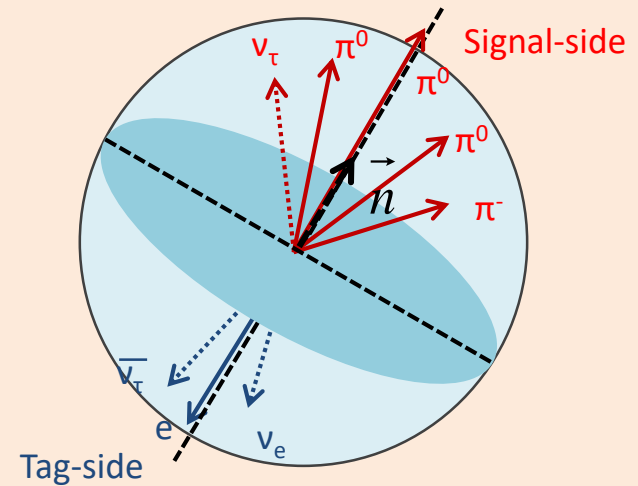
iii. $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象選別

τ 事象のMCによる事象選別

	選別条件	領域	Efficiency[%]
0.	本物の $\tau \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ $\tau^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$		100
1.	荷電粒子が1つ	Tag side	44.1
2.	荷電粒子がeまたは μ		38.3
3.	荷電粒子が1つ	Signal side	36.7
4.	γ が6つ以上		12.8
5.	π^0 が3つ		5.1
6.	荷電粒子が π		4.8

以上の条件で選別した事象サンプルから、崩壊分岐比と質量分布を得る。

$\tau \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 事象の e^+e^- 重心系のイメージ

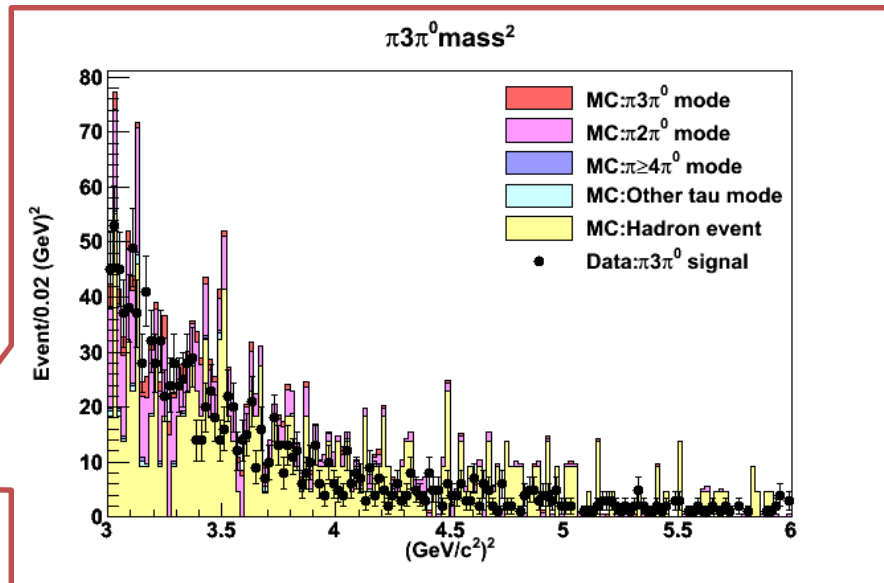
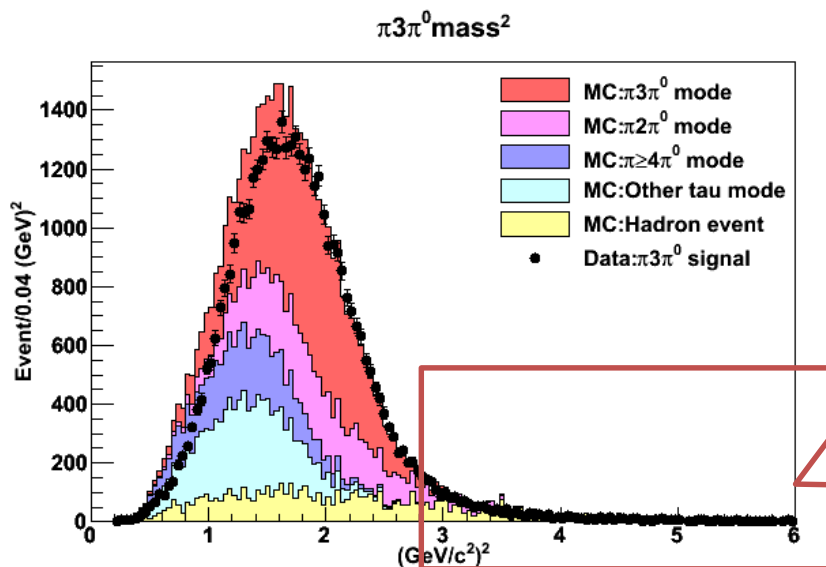


- Thrustの \vec{n} に垂直な事象平面を決めて、事象を半球に分けて考える。
- Signal side... $\tau \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$
- Tag side ... $\tau \rightarrow e$ or μ

$$T = \frac{\sum_i |\vec{n} \cdot \vec{p}_i|}{\sum_i |\vec{p}_i|}$$

\vec{p}_i : 運動量
 \vec{n} : Tが最大になるようなベクトル

iv. $\pi 3\pi^0$ 質量分布

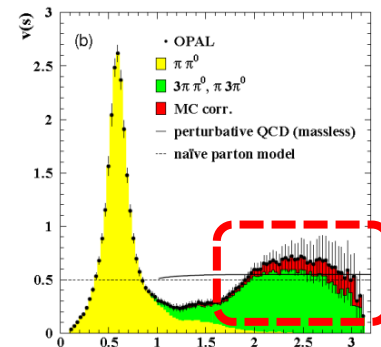


全データの5%程を使用

0.0 – 3.0 GeV^2 ...主に τ 事象
 3.0 GeV^2 以上 ...主にハドロン事象

- 赤...MC: $\pi 3\pi^0$
- 紫...MC: $\pi 2\pi^0$
- 青...MC: $\pi \geq 4\pi^0$
- 水色...MC: other tau mode
- 黄...MC: Hadron events
- ●...Data: $\pi 3\pi^0$ signal

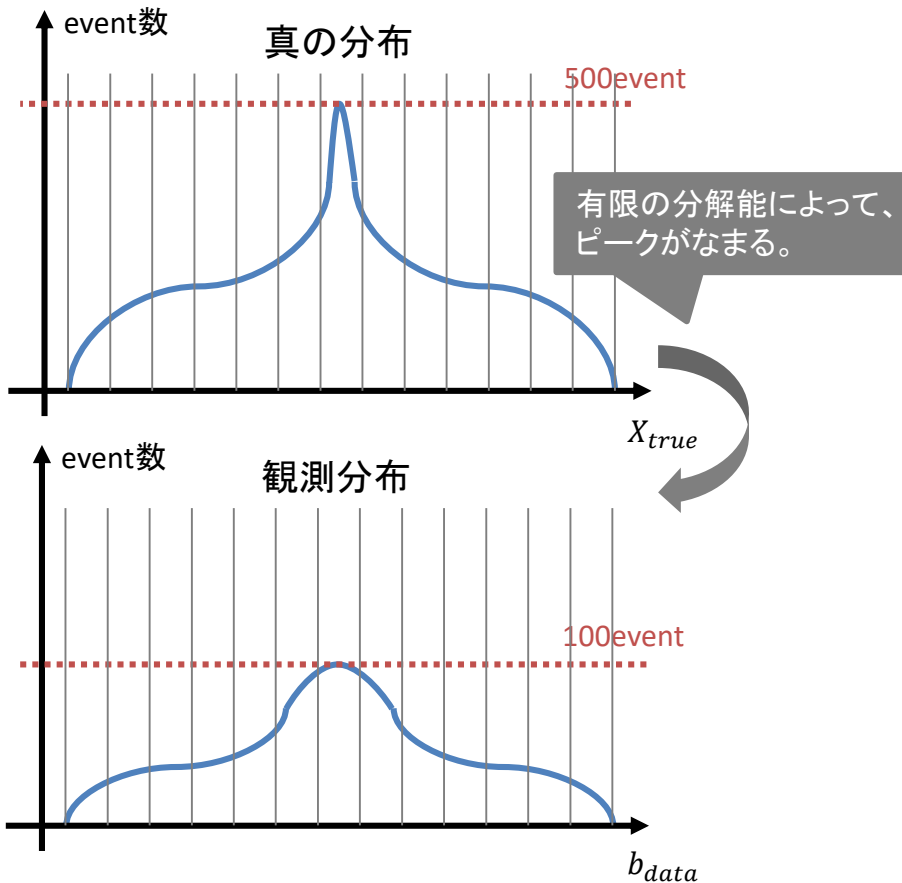
先行実験(OPAL)の
 スペクトラル関数 $v(s)$



最終的には高エネルギー領域の $s(\text{GeV}^2)$
 BGの見積もりが重要。

v . Unfold

- **Unfold**…検出効率と分解能の補正をすること。
- 観測分布は、検出器の効率や分解能によって、真の分布からズレている。



観測分布のベクター
 $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$

検出効率と分解能の効果が
 入った行列

真の分布のベクター
 $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

$$\vec{b} = \underline{A} \vec{x}$$

MCから決める

$$\underline{\vec{x}} = \underline{A}^{-1} \vec{b}$$

求めるには工夫が必要

$\vec{b} = A\vec{x}$ の行列式から求めたい \vec{x} は、数学的には行列 A の逆行列 A^{-1} を求めれば、 $\vec{x} = A^{-1}\vec{b}$ から求まる。しかし、ビン数が多い時に、単純に A の逆行列 A^{-1} を計算するだけでは、行列 A に含まれる統計的の誤差が拡大され、意味のある \vec{x} を求める事ができないことが知られている。

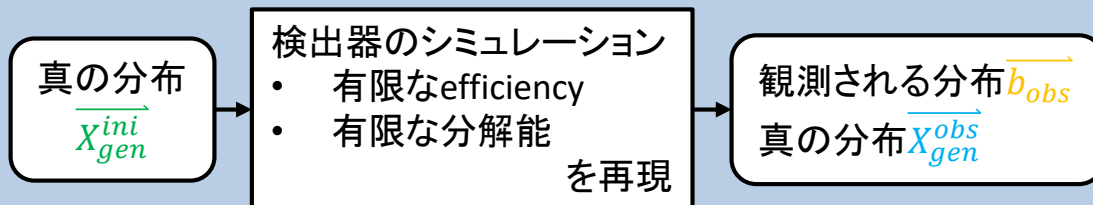
この問題を解決する方法として、現在いくつかの unfolding の方法が使われているが、今回はその方法の一つである SVD (singular value decomposition) 法を用いて、データの unfolding を実行する。

そのプログラムのテストを MC 事象を用いて行ったので、その結果について報告する。

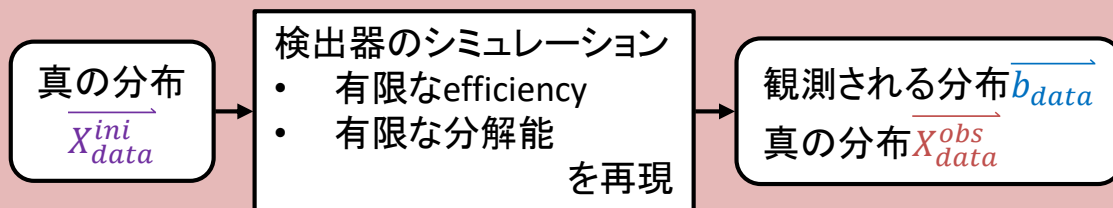
v . Unfold

Unfold programのテストのために、まずはMCでテストを行った。

MC データセット1...Unfoldingに必要なパラメータの決定に使用



MC データセット2...1で決定したUnfoldingのテストに使用

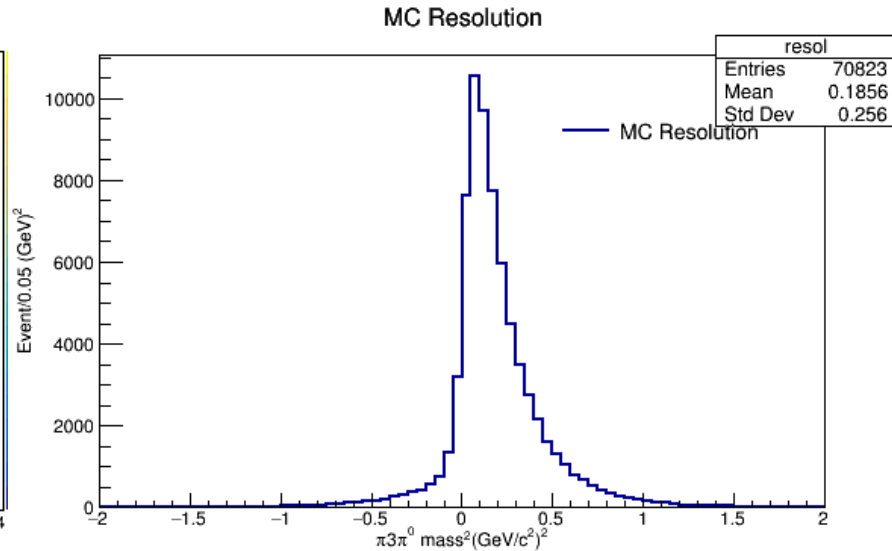
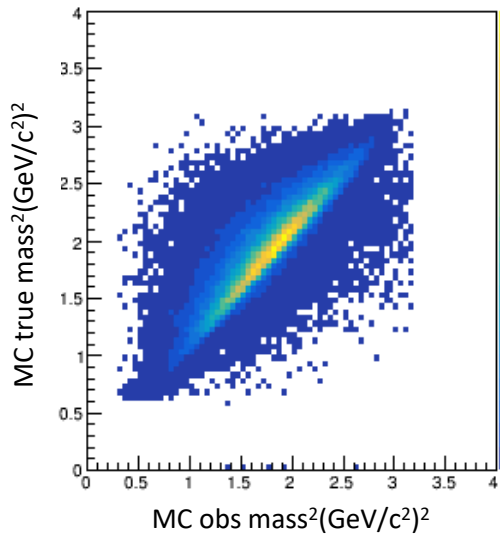
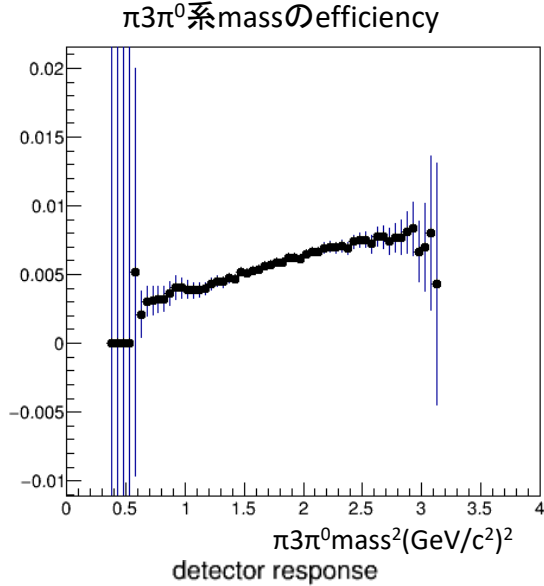


Dataとして扱う

Unfold
@ROOT ver.6

※MCデータセット1, 2は互いに独立

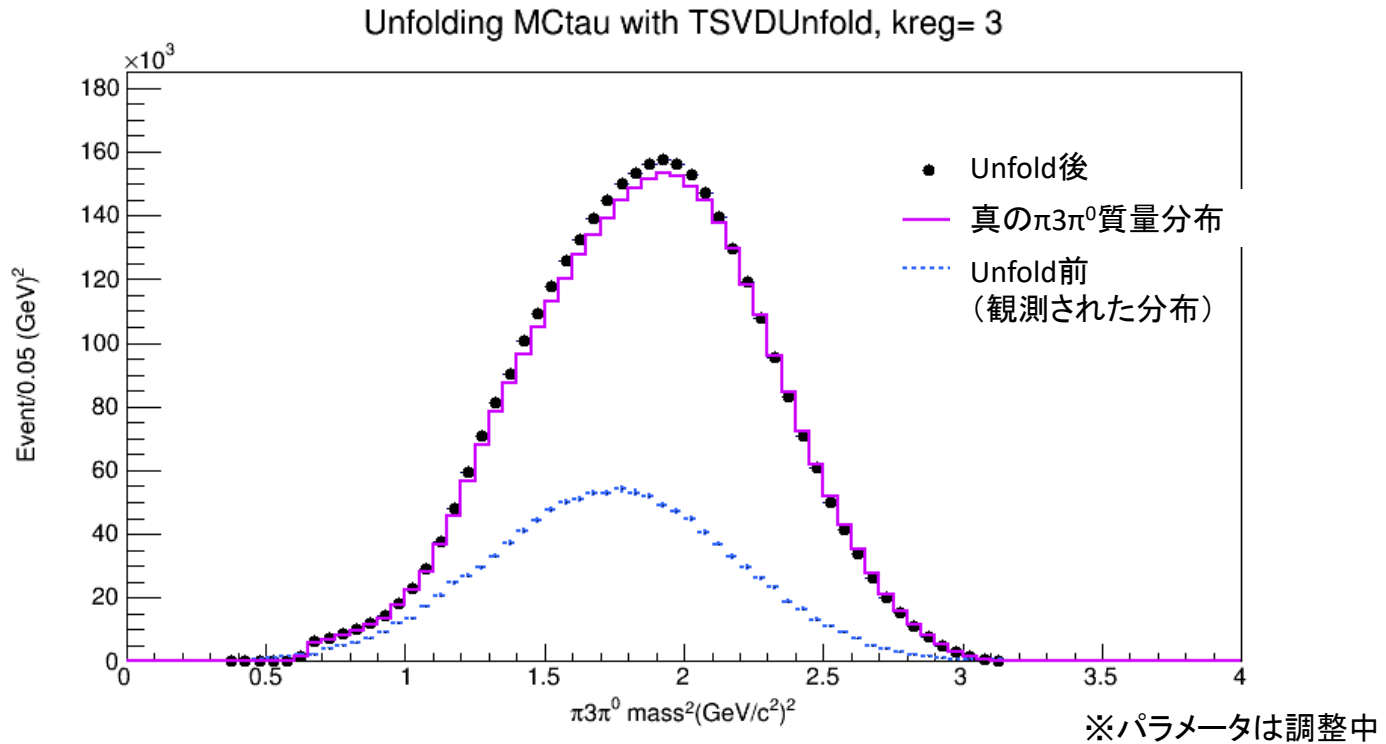
v . Unfold



$$\left(M_{\pi 3\pi^0_{obs}}^{gen}\right)^2 - \left(M_{\pi 3\pi^0_{obs}}^{reco}\right)^2$$

v. Unfold... $\pi^3\pi^0$ 質量分布

Unfold結果



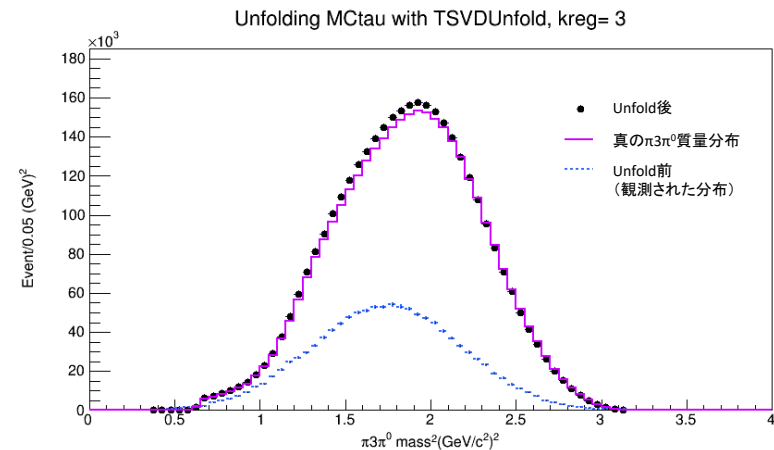
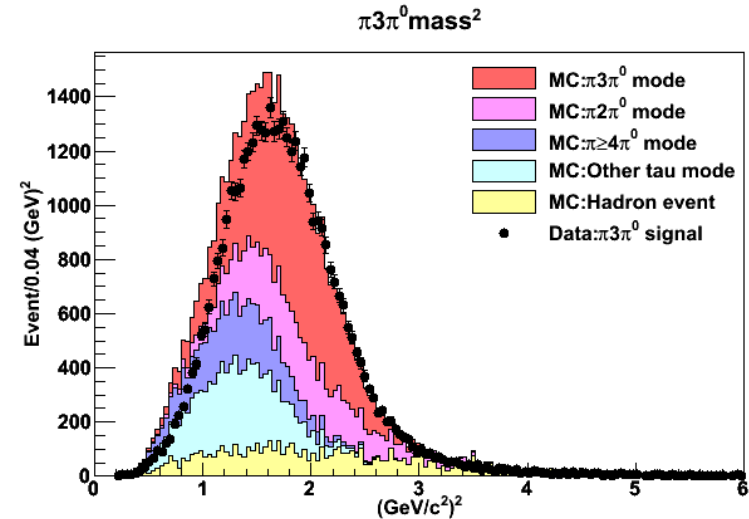
Unfold後の分布は、事象生成における真の分布を再現している。

5. まとめ

- i. まとめ
- ii. 今後の課題

i. まとめ

- τ の解析により、中～低エネルギー領域でのハドロンのダイナミクスについて様々な情報を得ることができる。
- $\pi 3\pi^0 - \ell$ 事象選別を行った。
- $\pi 3\pi^0$ 系の再構成を行った。
 - 質量二乗分布は右図のようになった。
- Unfoldingプログラムのテストを行った。



全データの5%程を使用

ii. 今後の課題

- 崩壊分岐比の測定
- $\pi^-3\pi^0$ 質量二乗分布の測定
 - バックグラウンドの評価、質量binごとの検出効率の補正をする。
 - Dataを用いたUnfoldを行う。
- スペクトラル関数の測定
 - $\pi^-3\pi^0$ 系と $\pi^+\pi^-\pi^-\pi^0$ 系のスペクトラル関数を求める。
- 結果を修論及び投稿論文にまとめる

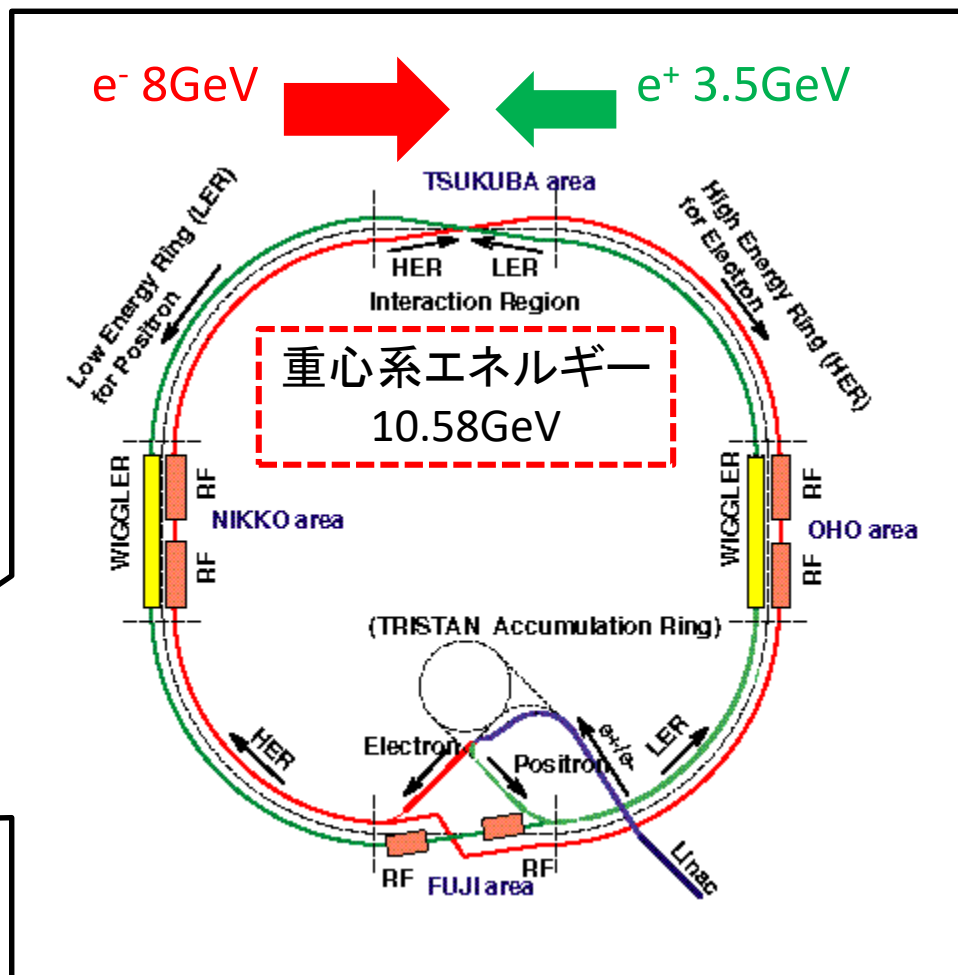
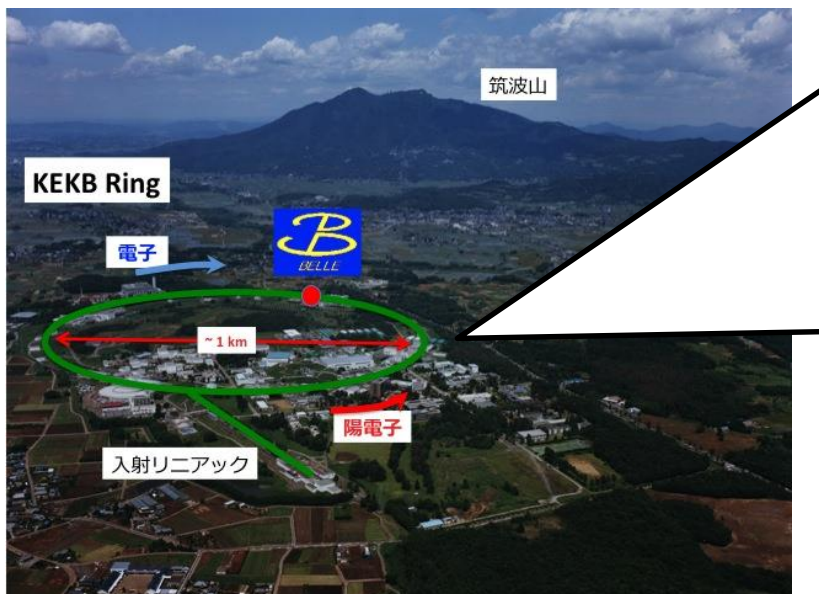
ご清聴ありがとうございました。

Back Up

KEKB加速器

KEKB加速器

- 電子・陽電子衝突型
- 非対称エネルギー
- ルミノシティ
- B中間子を大量に生成するための設計(年間約 10^8 個)
- ほぼ同数の τ 粒子も生成



崩壊分岐比…式の導出

4π系の崩壊分岐比 $B_{4\pi}$ の導出

Signal sideが $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$ 、Tag sideが $\tau^+ \rightarrow l^+ \nu_l \nu_\tau$ の事象数を $N_{4\pi-l}$ とする。

$$N_{4\pi-l} = N_{\tau\tau} \times B_{4\pi} \times B_l$$

$$B_{4\pi} = \frac{N_{4\pi-l}}{N_{\tau\tau} \times B_l} \quad (B_l = B_e + B_\mu)$$

このとき、 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 、事象の事象数 $N_{\tau\tau}$ を求めるために精度良く測定されている $e-\mu$ 事象の事象数 $N_{e-\mu}$ を使う。

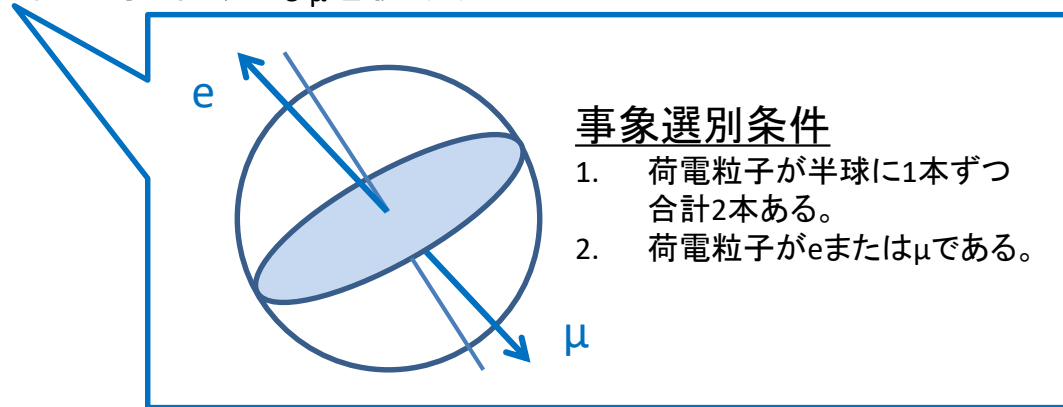
$$N_{e-\mu} = N_{\tau\tau} \times B_e \times B_\mu$$

$$N_{\tau\tau} = \frac{N_{e-\mu}}{B_e \times B_\mu}$$

よって、

$$B_{4\pi} = \frac{N_{4\pi-l}^{TRUE}}{N_{e-\mu}^{TRUE}} \frac{B_e \times B_\mu}{(B_e + B_\mu)}$$

$$= \frac{N_{4\pi-l}^{obs}}{N_{e-\mu}^{obs}} \frac{(1-b_{4\pi-l})}{(1-b_{e-\mu})} \frac{\eta_{e-\mu}}{\eta_{4\pi-l}} \frac{\eta_{e-\mu}^{cor}}{\eta_{\pi,l}^{cor} \eta_{\pi^0}^{cor}} \frac{B_e \times B_\mu}{(B_e + B_\mu)}$$



これを使う！

崩壊分岐比 $\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \nu_\tau$

$$B_{4\pi} = \frac{\underbrace{N_{4\pi-l}^{obs}}_{\text{Data}}}{\underbrace{N_{e-\mu}^{obs}}_{\text{Data}}} \frac{\underbrace{(1-b_{4\pi-l})}_{\text{MC}}}{\underbrace{(1-b_{e-\mu})}_{\text{MC}}} \frac{\underbrace{\eta_{e-\mu}}_{\text{MC}}}{\underbrace{\eta_{4\pi-l}}_{\text{MC}}} \frac{\underbrace{\eta_{e-\mu}^{cor}}_{\text{MC}}}{\underbrace{\eta_{\pi,l}^{cor} \eta_{\pi^0}^{cor}}_{\text{MC}}} \frac{B_e \times B_\mu}{(B_e + B_\mu)}$$

$$= 1.6 \pm XX [\%]$$

PDBでは $1.05 \pm 0.07 [\%]$

$\frac{N_{4\pi-l}^{obs}}{N_{e-\mu}^{obs}}$	0.086
$\frac{1-b_{4\pi-l}}{1-b_{e-\mu}}$	<u>0.464</u>
$\frac{\eta_{e-\mu}}{\eta_{4\pi-l}}$	<u>3.806</u>
$\frac{\eta_{e-\mu}^{cor}}{\eta_{\pi,l}^{cor} \eta_{\pi^0}^{cor}}$	1.203
$\frac{B_e \times B_\mu}{(B_e + B_\mu)}$	0.088
$B_{4\pi}$	0.016

signal事象の
半分がBG
→内訳を知りたい

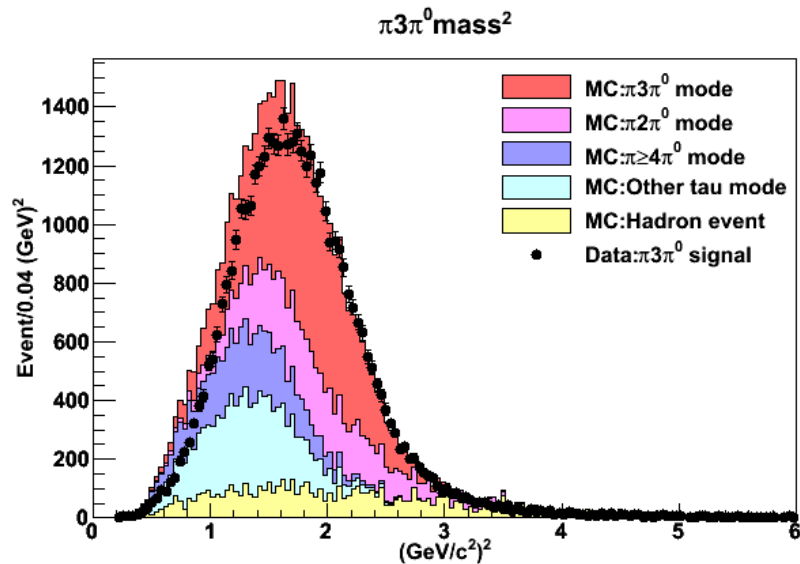
$$\begin{aligned} \eta_{\pi,l}^{cor} &= 0.944 \\ \eta_{\pi^0}^{cor} &= 0.779 \\ \eta_{e-\mu}^{cor} &= 0.965 \end{aligned}$$

$\eta_{\pi^0}^{cor}$ は5-8[%]のふらつきがある。

$$B_{4\pi} = \frac{N_{4\pi-l}^{obs}}{N_{e-\mu}^{obs}} \frac{(1-b_{4\pi-l})}{(1-b_{e-\mu})} \frac{\eta_{e-\mu}}{\eta_{4\pi-l}} \frac{\eta_{e-\mu}^{cor}}{\eta_{\pi,l}^{cor} \eta_{\pi^0}^{cor}} \frac{B_e \times B_\mu}{(B_e + B_\mu)}$$

- $N_{4\pi-l}^{obs}$... 実際に観測した $\tau\tau \rightarrow \pi 3\pi^0 - l$ 事象の数
- $N_{e-\mu}^{obs}$... 実際に観測した $e - l$ 事象の数
- $b_{4\pi-l}$... 観測した $\tau\tau \rightarrow \pi 3\pi^0 - l$ 事象に含まれるBGの割合
- $b_{e-\mu}$... 観測した $e - l$ 事象に含まれるBGの割合
- $\eta_{4\pi-l}$... $\tau\tau \rightarrow \pi 3\pi^0 - l$ 事象の検出効率
- $\eta_{e-\mu}$... $e - l$ 事象の検出効率
- $\eta_{\pi,l}^{cor}$... $\tau\tau \rightarrow \pi 3\pi^0 - l$ 事象における π, e, μ の粒子選別の補正係数
- $\eta_{\pi^0}^{cor}$... $\tau\tau \rightarrow \pi 3\pi^0 - l$ 事象における π^0 の粒子選別の補正係数
- $\eta_{e-\mu}^{cor}$... $e - l$ 事象における e, μ の粒子選別の補正係数
- B_e ... $\tau^- \rightarrow e \bar{\nu}_e \nu_\tau$ 事象の崩壊分岐比
- B_μ ... $\tau^- \rightarrow \mu \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ 事象の崩壊分岐比

$\pi^+\pi^-\pi^0$ 質量分布…規格化定数



MC: Hadron event
高エネルギー領域 (3.0GeV^2 以上) の
面積で規格化

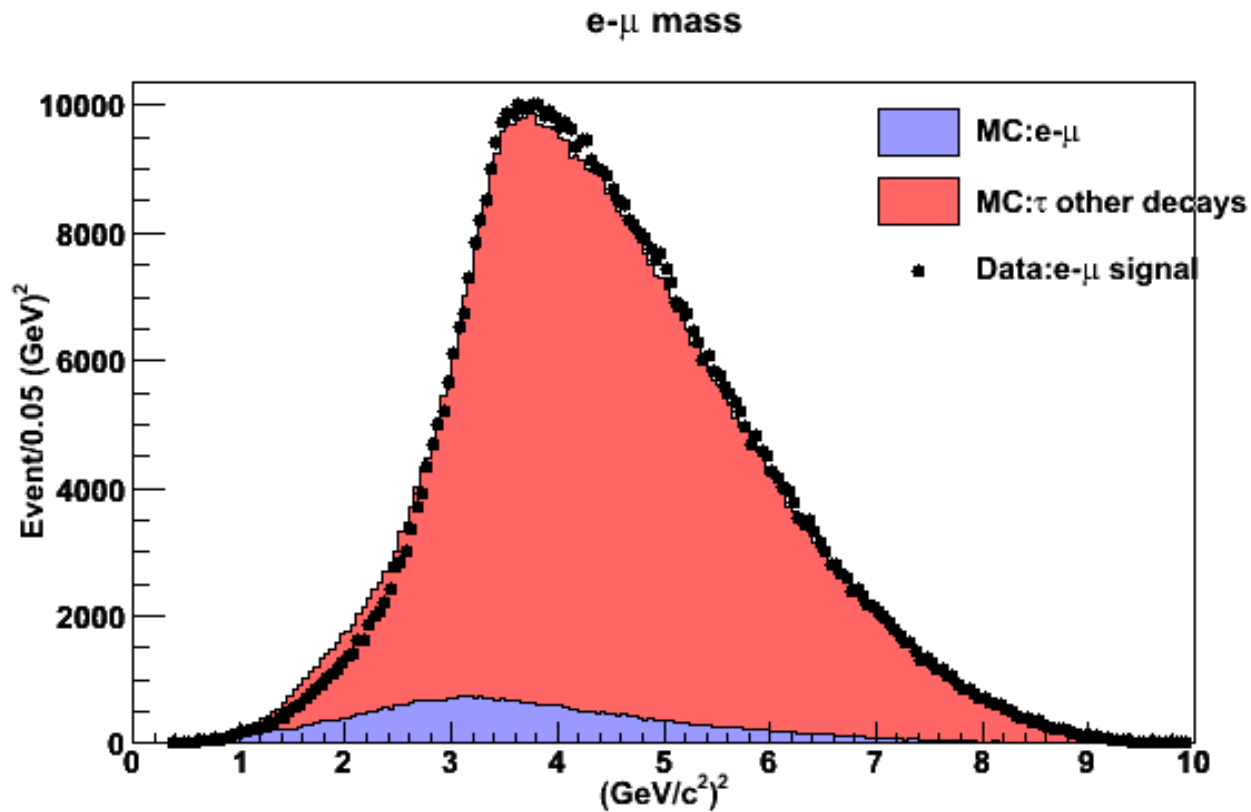
$$f_{MC_{Hadron}} = \frac{N_{\geq 3.0\text{GeV}^2}^{data}}{N_{\geq 3.0\text{GeV}^2}^{MC_{Hadron}}}$$

MC: τ event
低エネルギー領域 (3.0GeV^2 未満) の
面積で規格化

$$f_{MC_{\tau}} = \frac{N_{< 3.0\text{GeV}^2}^{data} - N_{< 3.0\text{GeV}^2}^{MC_{Hadron}} \cdot f_{MC_{Hadron}}}{N_{< 3.0\text{GeV}^2}^{MC_{\tau}}}$$

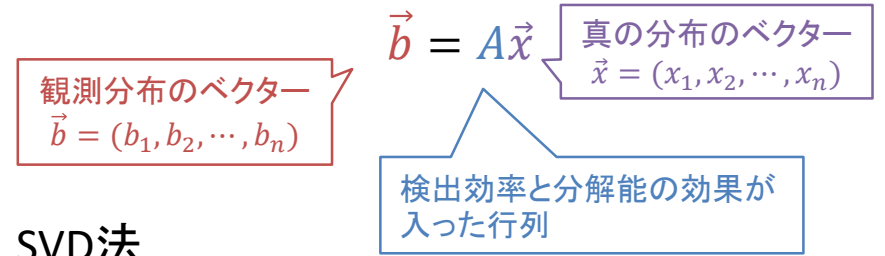
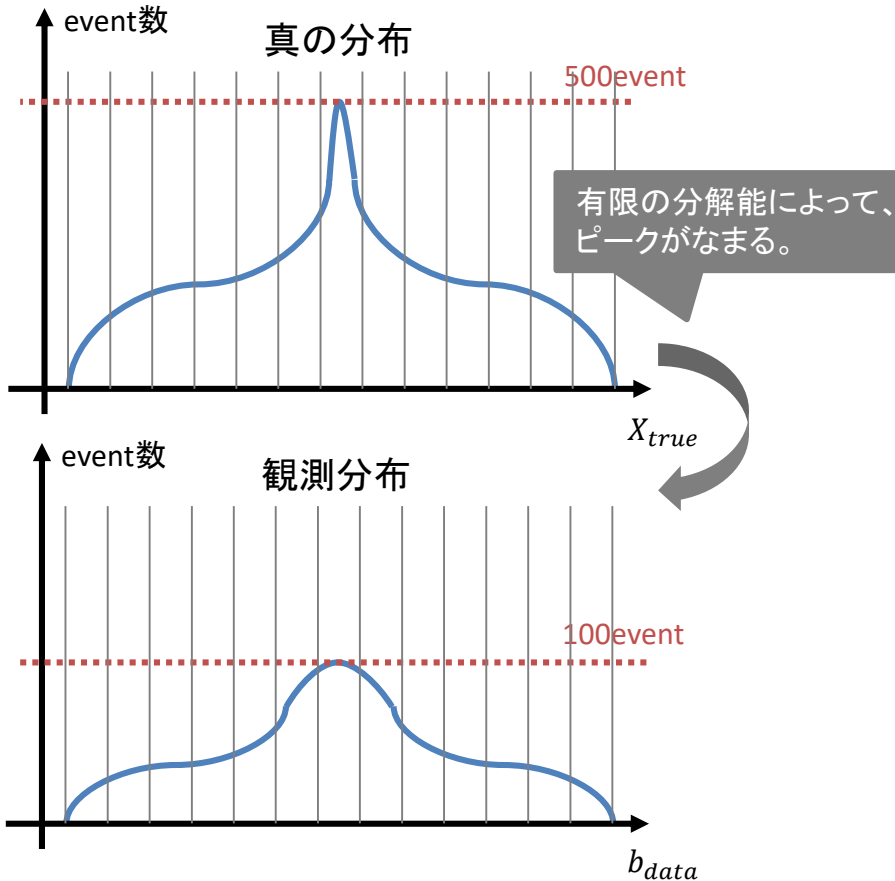
$\tau^+ \rightarrow l^+ \nu_l \nu_\tau$ 質量分布

面積で規格化

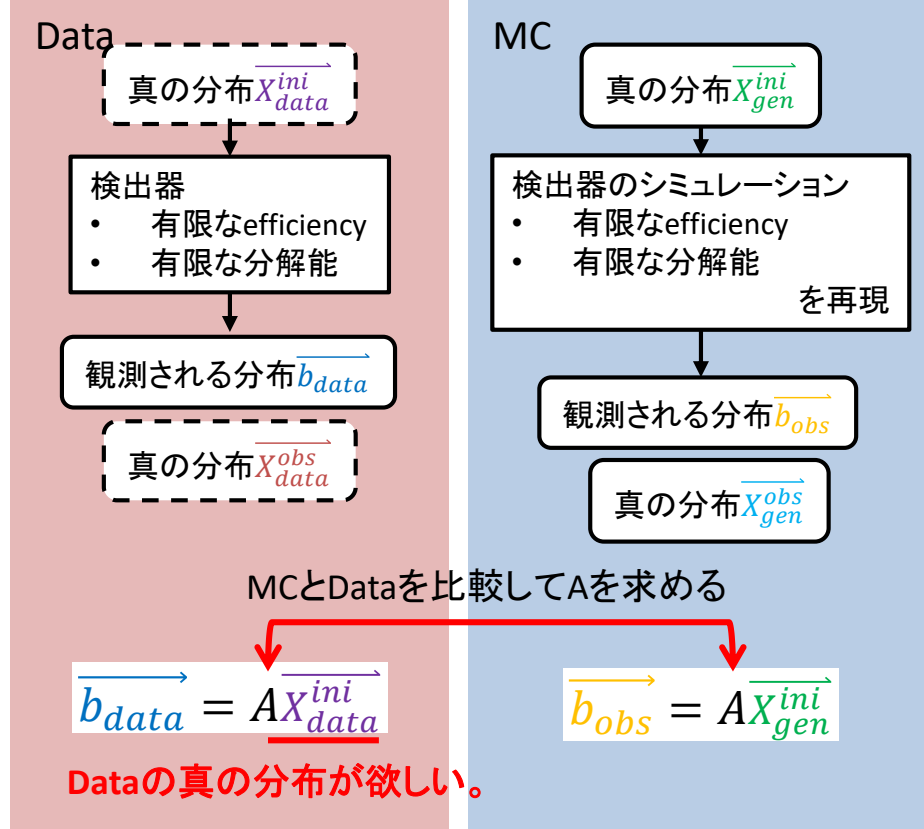


Unfold...SVD法

- Unfold...検出効率と分解能の補正をすること。
- 観測分布は、検出器の効率や分解能によって、真の分布からズレている。



SVD法



Unfold...2×2行列の場合

$$A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \varepsilon & 1 - \varepsilon \\ 1 - \varepsilon & 1 + \varepsilon \end{pmatrix}$$

しみ出しを表す。

i. $\varepsilon = 1$ のとき

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : \text{理想的な検出器 } \vec{b} = \vec{X}$$

ii. $\varepsilon = 0.5$ のとき

$$A = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.25 \\ 0.25 & 0.75 \end{pmatrix} \quad \text{現実の検出器は } 0 < \varepsilon < 1$$

iii. $\varepsilon = 0$ のとき

$$A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{pmatrix} : \text{最悪の検出器}$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \varepsilon \end{pmatrix}$$

固有値は2つ。

$n \times n$ 行列だと、固有値が n 個出てくる。

SVD法とは、行列の固有値を求めてUnfoldする方法。

$$\vec{b} = A\vec{x}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \circ & & & & \\ & \circ & & & \\ & & \circ & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \times & \times \end{pmatrix}$$

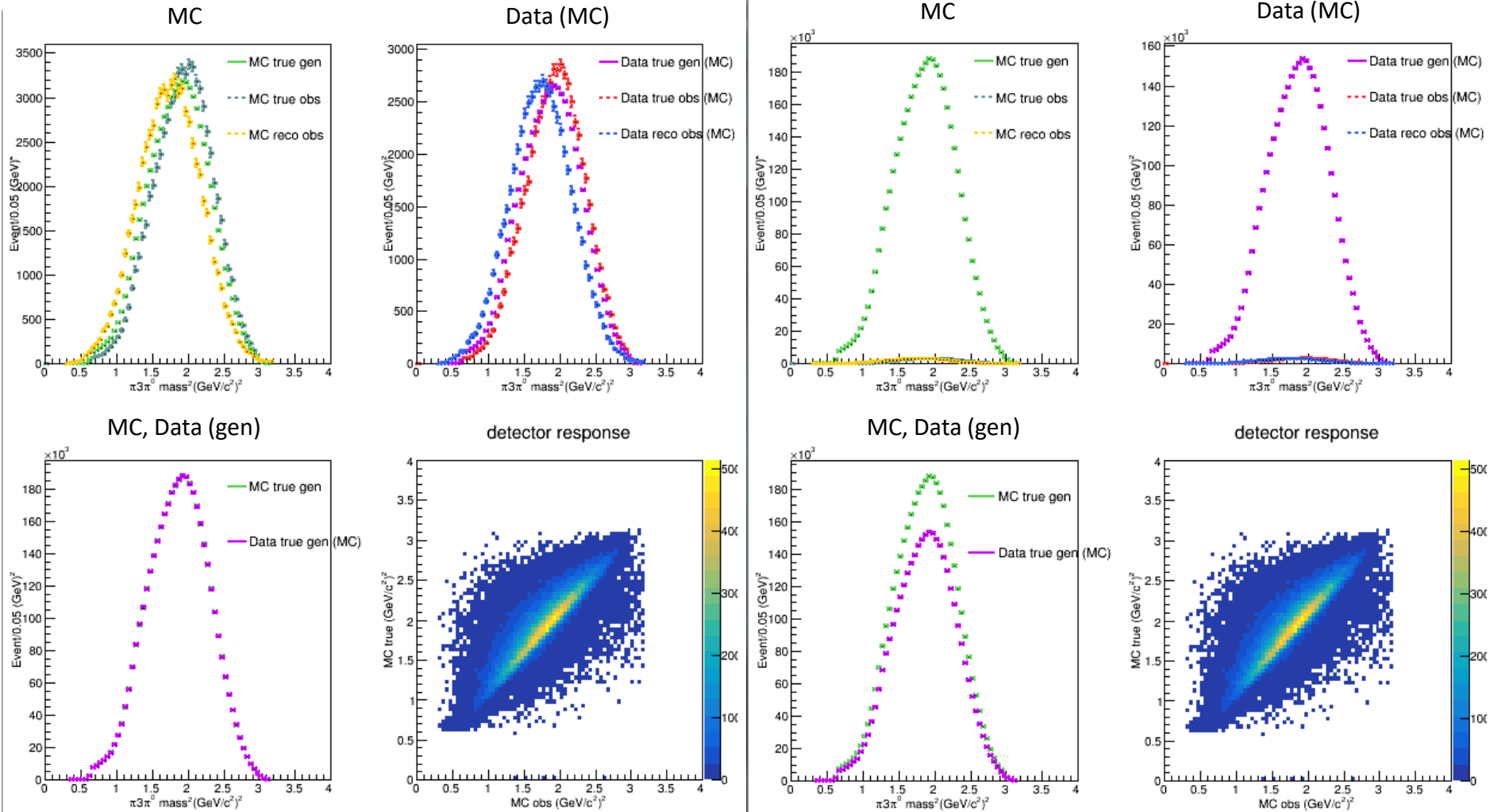
ε が大きい部分

どのあたりまで有効かを調べてCutする。

kreg...このとき使う固有値の数

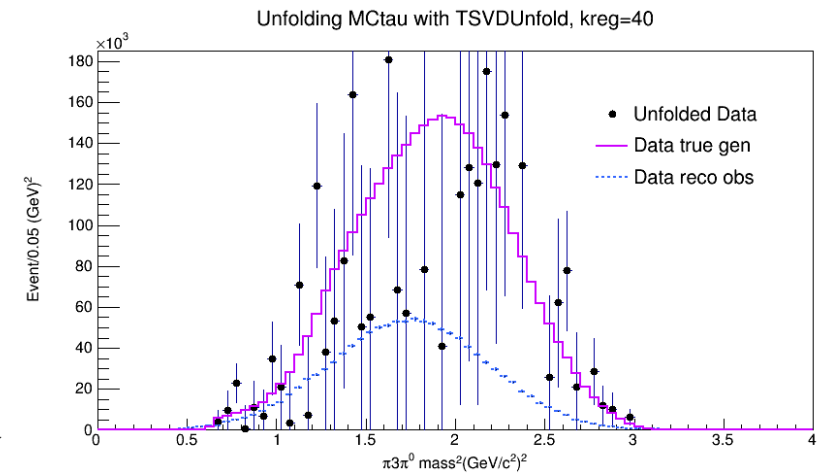
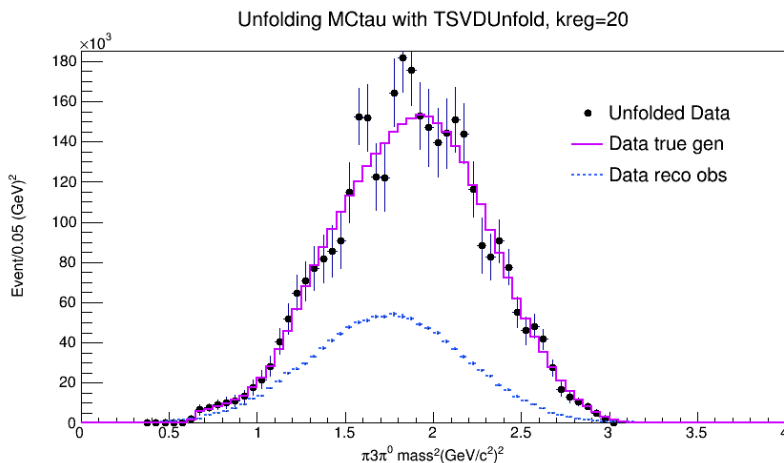
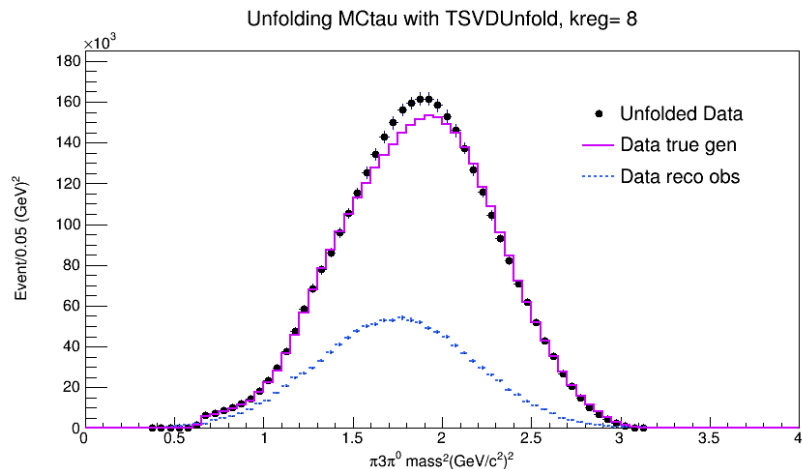
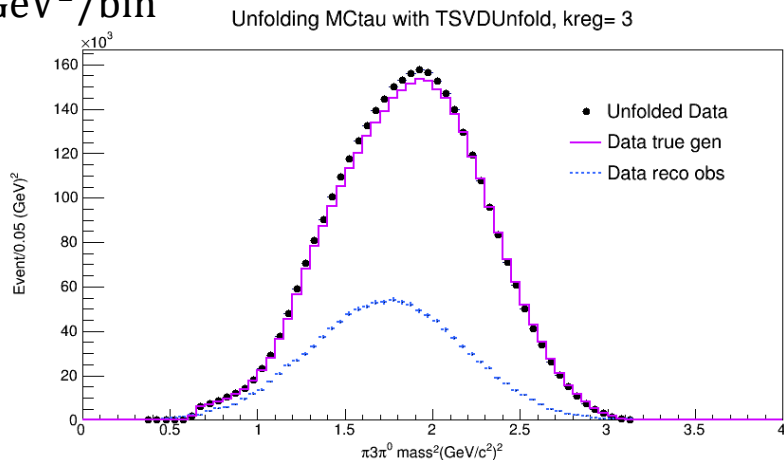
Unfold $\pi^+\pi^-\pi^0$ 質量分布

面積で規格化



Unfold...kregによる変化

$n_{bin} = 80$
 $0.05\text{GeV}^2/\text{bin}$



Unfold...bin幅による変化

$k_{reg} = 3$

