vector likeクォークに対するB中間子稀崩壊からの制限

(Work in progress)

広島大学　高橋 隼也

共同研究者：

広島大学　両角 卓也

清水 勇介

島根大学　梅枝 宏之

FPWS2017 (2017/11/1)

導入

◆ 標準模型(SM)のクォーク

・標準模型は6種類のクォークの存在を仮定

アップタイプ	*u*	*c*	*t*
ダウンタイプ	*d*	*s*	*b*

⇒ 更にクォークが存在する可能性は…？

↓

Vector like クォーク (VLQ)

導入

Vector like クォーク (VLQ)

- 標準模型のクォークとの違い

⇒ 左巻きと右巻きが**同じ表現に属する.**

SMクォーク

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad \begin{matrix} u_R \\ d_R \end{matrix}$$

$\longleftrightarrow$

SU(2) 一重項VLQ

$$\begin{matrix} U_L & U_R \\ D_L & D_R \end{matrix}$$

SU(2) 二重項VLQ

$$\begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}_R$$

導入

Vector like クォーク (VLQ)

・標準模型のクォークとの違い

⇒ 左巻きと右巻きが**同じ表現に属する**.

SMクォーク

$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad u_R \quad d_R$

⟷

SU(2) 一重項VLQ

$U_L \quad U_R$

$D_L \quad D_R$

SU(2) 二重項VLQ

$\begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}_R$

・今回はSU(2) 一重項のダウンタイプVLQについて解析.

導入

- VLQを加えることで，ツリーレベルのフレーバーを変える中性カレント(FCNC)が生じる．

  ⇒ **B中間子稀崩壊からの制限**

- LHCにおける直接探索（ダウンタイプVLQ）

  ⇒ $M_{VLQ} > 575\sim813\ \mathrm{GeV}$ [ATLAS Collaboration 2015]

- 重い粒子の効果の解析 → 低エネルギー有効理論

導入

- VLQを含む模型についての有効理論の構築,

- 有効理論を用いて，B中間子稀崩壊からのVLQのパラメーターへの制限を示すこと,

を目的とする.

◆ 有効理論の構築の流れ

エネルギースケール

Full Theory

SM 粒子
+
VLQ

M_{VLQ}

$$\mathcal{L}_{Full} = \mathcal{L}_{SM} + \mathcal{L}_{VLQ}$$

$$\mathcal{L}_{Eff} = \mathcal{L}_{SM} + \frac{1}{M_{VLQ}^2} C_i{}'(M_4) Q_i(M_4)$$

EFT

SM 粒子 + ~~VLQ~~

対称性の破れ
+
繰り込み群
（今回は考慮しない）

M_W

$$\mathcal{L}_{Eff} = \mathcal{L}_{SM} + \frac{1}{M_{VLQ}^2} C_i{}'(M_W) Q_i{}'(M_W)$$

$$\mathcal{H}_{Eff} \supset \sum C_i(M_W) O_i(M_W)$$

$$\cancel{W^{\pm}, Z, h, t}$$

概要

- 導入
- 有効理論の構築
  - $\mu \sim M_{VLQ} \equiv M_4$
  - $\mu \sim M_W$
- B中間子稀崩壊

  $\bar{B} \to X_s\,\gamma\ \ (b \to s\gamma)$, $(B_s \to \mu^+\mu^-\ (\bar{b}s \to ll)$, ユニタリティの関係)
- まとめと展望

模型

- SMに一つのダウンタイプ VLQ ($d^4_{L,R}$)を加えた模型

$$\begin{cases} d^4_{L,R} : (3\,,1)_{-2/3}\,, \\ 質量 : M_4 \end{cases}$$

SMの右巻きdクォークと同じ量子数

- SMの対称性の下でのラグランジアン

$(SU(3)_c \times SU(2) \times U(1)_Y)$

$$\mathcal{L}_{\rm Full} = \mathcal{L}_{\rm SM} - [y_d^{i4} \bar{q}^i_L \phi d^4_R + M_4 \bar{d}^4_L d^4_R + \text{h.c.}] + \bar{d}^4_L i \not{D}^d_R d^4_L + \bar{d}^4_R i \not{D}^d_R d^4_R$$

共変微分： $D^d_{R\mu} = \partial_\mu + i g' \frac{Y_{dR}}{2} B_\mu + i g_s \frac{\lambda^a}{2} G^a_\mu$

q^i_L: SMクォーク二重項

ϕ : SMヒッグス二重項

◆ 有効理論の構築の流れ

エネルギー
スケール

M_{VLQ}
$= M_4$

M_W

Full
Theory

SM 粒子
+
VLQ

$$\mathcal{L}_{Full} = \mathcal{L}_{SM} + \mathcal{L}_{VLQ}$$

$$\mathcal{L}_{Eff} = \mathcal{L}_{SM} + \frac{1}{M_{VLQ}^2} C_i{}'(M_4) Q_i(M_4)$$

EFT

SM 粒子 + ~~VLQ~~

対称性の破れ
+
繰り込み群
（今回は考慮しない）

$$\mathcal{L}_{Eff} = \mathcal{L}_{SM}$$
$$+ \frac{1}{M_{VLQ}^2} C_i{}'(M_W) Q_i(M_W)$$

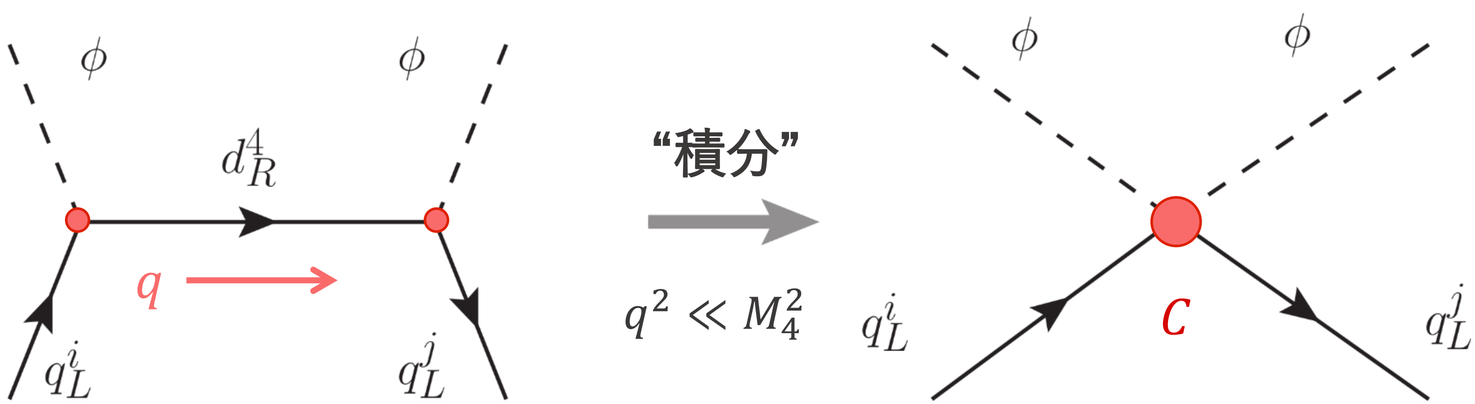
$$\mathcal{H}_{Eff} \supset \sum C_i(M_W) O_i(M_W)$$

$\cancel{W, Z, h, t}$

有効理論の導出 ($\mu \sim M_4$)

◆ Tree Levelの有効演算子

VLQの質量スケールでVLQを**積分**する.



∂_μの項

$\longrightarrow \quad C = i\dfrac{y_d^{j4} y_d^{i4*}}{M_4^2}$

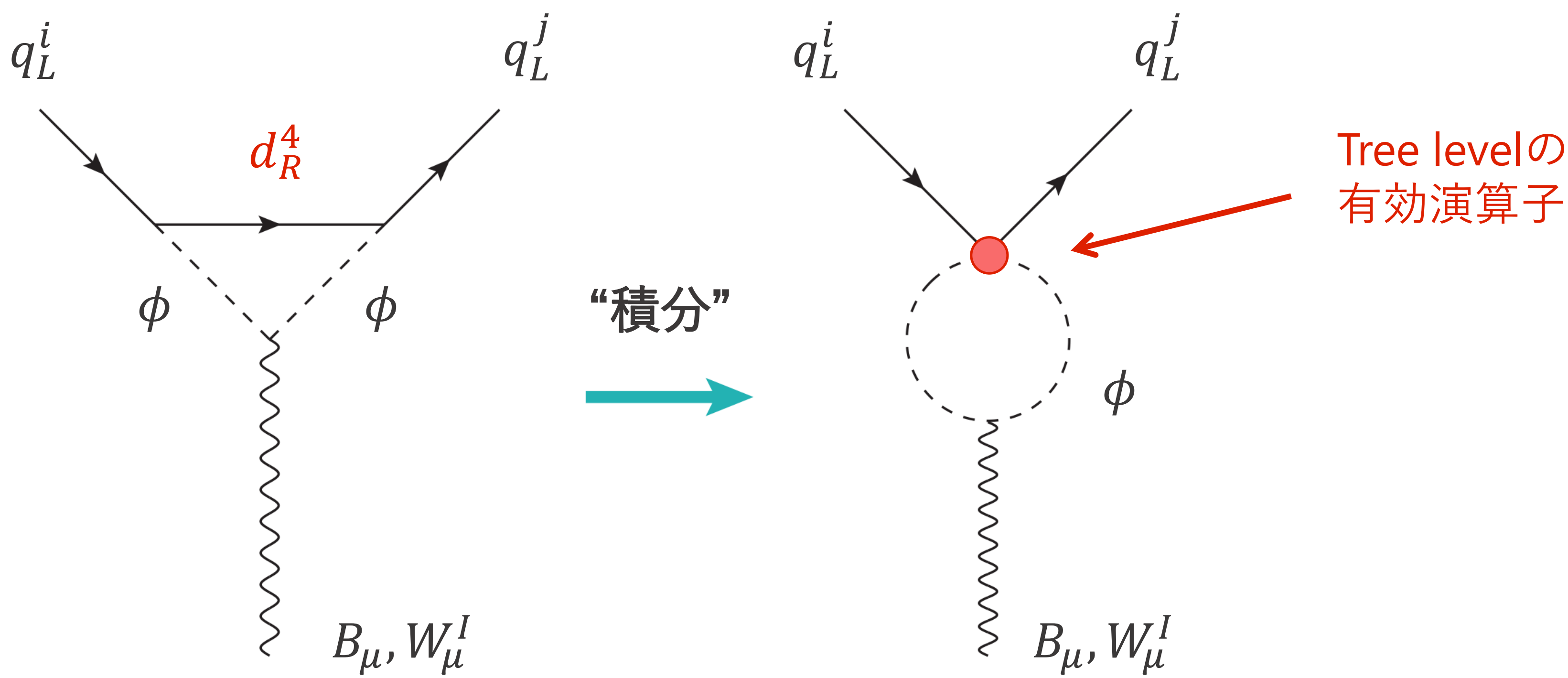
$\longrightarrow \quad \mathcal{L}_{\mathrm{Eff}} = \mathcal{L}_{\mathrm{SM}} + i\dfrac{y_d^{j4} y_d^{i4*}}{M_4^2} \underline{\left(\bar{q_L^i}\phi\right) \not{D}_R^d \left(\phi^\dagger q_L^j\right)} \qquad (i, j = 1,2,3)$

有効理論の導出 ($\mu \sim M_4$)

◆ 1-loop ダイアグラムにおけるVLQの積分

$b \to s\gamma$への寄与は1-loopがLO ⇒ 1-loop levelの有効演算子を導出

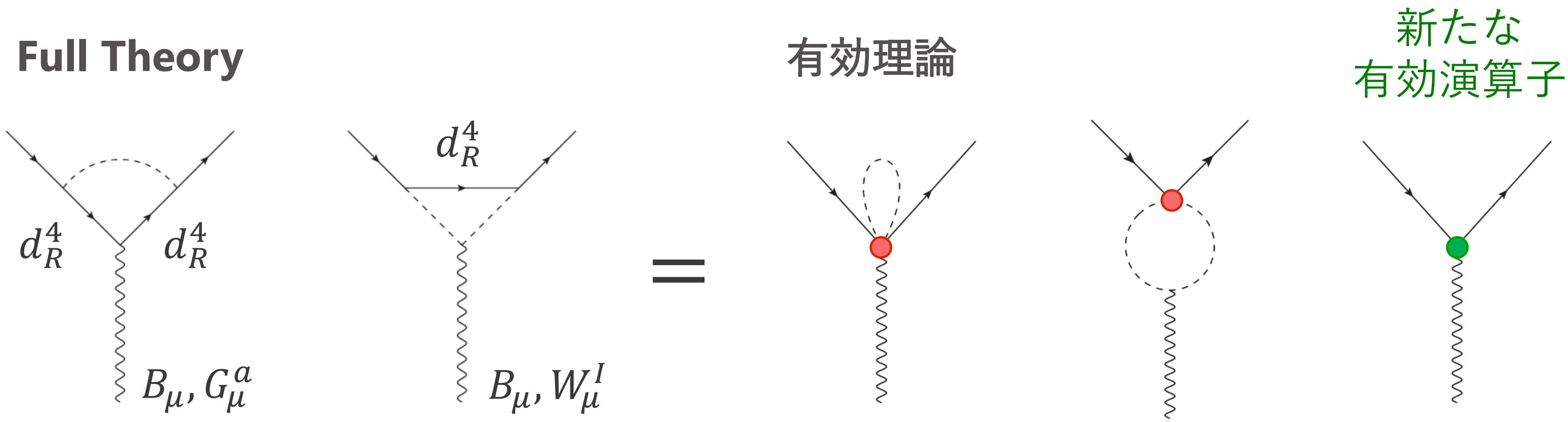
（例）



有効理論の導出 $(\mu \sim M_4)$

1-loop Levelの有効演算子

Full Theoryと有効理論で振幅が一致するように演算子を導入



得られた演算子をbroken phaseのものに書き換える．

$(SU(3)_c \times U(1)_{em})$

・真空期待値を入れる

・クォークの質量行列の対角化

$$\phi = \begin{pmatrix} \chi^+ \\ (v + h + i\chi_0)/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

◆ 有効理論の構築の流れ

エネルギースケール

Full Theory

SM 粒子 + VLQ

M_4 $\mathcal{L}_{Full} = \mathcal{L}_{SM} + \mathcal{L}_{VLQ}$

$$\mathcal{L}_{Eff} = \mathcal{L}_{SM} + \frac{1}{M_{VLQ}^2} C_i{}'(M_4) Q_i(M_4)$$

EFT SM 粒子 + ~~VLQ~~

対称性の破れ
+
繰り込み群
（今回は考慮しない）

M_W

$$\mathcal{L}_{Eff} = \mathcal{L}_{SM} + \frac{1}{M_{VLQ}^2} C_i{}'(M_W) Q_i{}'(M_W)$$

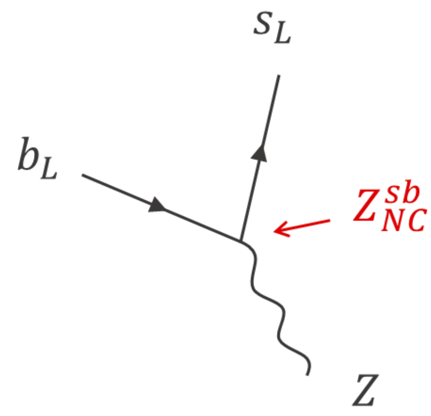
$$\mathcal{H}_{Eff} \supset \sum C_i(M_W) O_i(M_W)$$

$\cancel{W^{\pm}, Z, h, t}$

有効理論の導出 (Broken-Phase)

- **Tree level の有効演算子から**

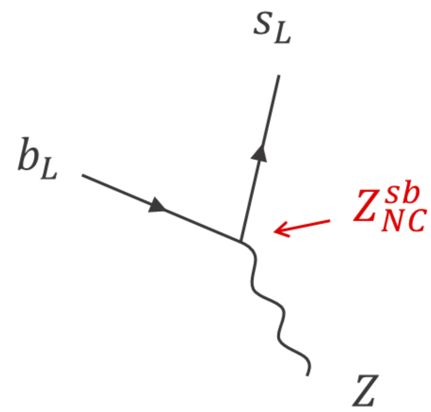
$$\frac{g}{2\cos\theta_w}\left(\bar{d_L}, \bar{s_L}, \bar{b_L}\right)\gamma^\mu \begin{pmatrix} Z_{NC}^{dd} & Z_{NC}^{ds} & Z_{NC}^{db} \\ Z_{NC}^{sd} & Z_{NC}^{ss} & Z_{NC}^{sb} \\ Z_{NC}^{bd} & Z_{NC}^{bs} & Z_{NC}^{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} Z_\mu$$



$$Z_{NC}^{sb} = -\frac{v^2}{2}\cdot\frac{y_d^{s4}y_d^{b4*}}{M_4^2}$$

$\Rightarrow Z, h, \chi_0$ にTree levelのFCNCが生じる.

有効理論の導出 (Broken-Phase)



- **Tree level の有効演算子から**

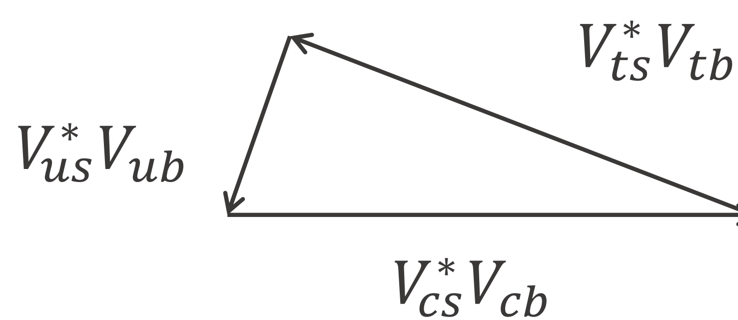
$$\frac{g}{2\cos\theta_w}\left(\bar{d}_L, \bar{s}_L, \bar{b}_L\right)\gamma^\mu \begin{pmatrix} Z_{NC}^{dd} & Z_{NC}^{ds} & Z_{NC}^{db} \\ Z_{NC}^{sd} & Z_{NC}^{ss} & Z_{NC}^{sb} \\ Z_{NC}^{bd} & Z_{NC}^{bs} & Z_{NC}^{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} Z_\mu$$

$$Z_{NC}^{sb} = -\frac{v^2}{2}\cdot\frac{y_d^{s4}y_d^{b4*}}{M_4^2}$$

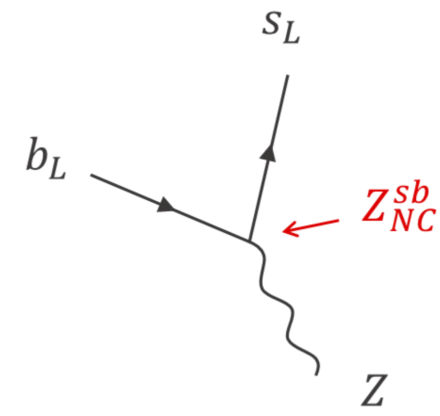
$\Rightarrow Z, h, \chi_0$ にTree levelのFCNCが生じる.

- **ユニタリティ三角形 (SM)**

$$V_{us}^* V_{ub} + V_{cs}^* V_{cb} + V_{ts}^* V_{tb} = 0$$



有効理論の導出 (Broken-Phase)



- **Tree level の有効演算子から**

$$\frac{g}{2\cos\theta_w}\left(\bar{d_L}, \bar{s_L}, \bar{b_L}\right)\gamma^\mu \begin{pmatrix} Z_{NC}^{dd} & Z_{NC}^{ds} & Z_{NC}^{db} \\ Z_{NC}^{sd} & Z_{NC}^{ss} & Z_{NC}^{sb} \\ Z_{NC}^{bd} & Z_{NC}^{bs} & Z_{NC}^{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} Z_\mu$$

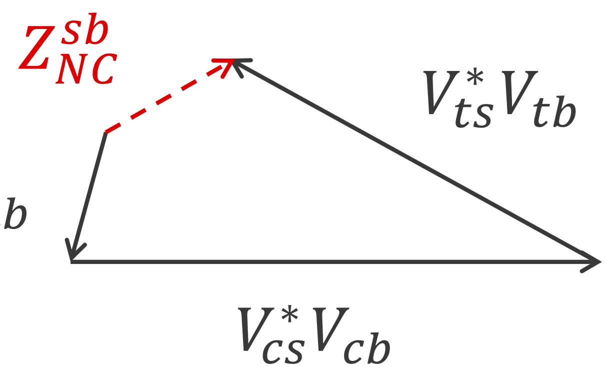
$$Z_{NC}^{sb} = -\frac{v^2}{2}\cdot\frac{y_d^{s4} y_d^{b4*}}{M_4^2}$$

⇒ Z, h, χ_0 にTree levelのFCNCが生じる.

- **ユニタリティ三角形**

$$V_{us}^* V_{ub} + V_{cs}^* V_{cb} + V_{ts}^* V_{tb} \simeq Z_{NC}^{sb}$$

⇒ FCNC 結合分だけ閉じない.



有効理論の導出 (Broken-Phase)

- **1-loop level の有効演算子**

$$\mathcal{L}^{A}_{\mathrm{dipole}} = \frac{eG_F}{16\pi^2} \cdot \frac{Q_d}{6\sqrt{2}} Z^{sb}_{NC} \cdot m_b \bar{s}_L \sigma_{\mu\nu} b_R F^{\mu\nu}_{A}$$

$$\mathcal{L}^{G}_{\mathrm{dipole}} = \frac{g_s G_F}{16\pi^2} \cdot \frac{1}{6\sqrt{2}} Z^{sb}_{NC} \cdot m_b \bar{s}_L \frac{\lambda^a}{2} \sigma_{\mu\nu} b_R F^{a\mu\nu}_{G}$$

⟶ Full Theoryの計算の結果と無矛盾

[L.T.Handoko, T.Morozumi 1995]

◆ 有効理論の構築の流れ

エネルギー
スケール

Full
Theory

SM 粒子
+
VLQ

M_4

$$\mathcal{L}_{Full} = \mathcal{L}_{SM} + \mathcal{L}_{VLQ}$$

$$\mathcal{L}_{Eff} = \mathcal{L}_{SM} + \frac{1}{M_{VLQ}^2} C_i'(M_4) Q_i(M_4)$$

EFT

SM 粒子 + ~~VLQ~~

繰り込み群
（今回は考慮しない）

M_W

$$\mathcal{L}_{Eff} = \mathcal{L}_{SM} + \frac{1}{M_{VLQ}^2} C_i'(M_W) Q_i'(M_W)$$

$$\mathcal{H}_{Eff} \supset \sum C_i(M_W) O_i(M_W)$$

$$\cancel{W^\pm, Z, h, t}$$

Effective Hamiltonian ($b \to s\gamma$)

$$\mathcal{H}_{eff}(b \to s\gamma) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \left[C_{7\gamma}(\mu)\mathcal{O}_{7\gamma}(\mu) + C_{8G}(\mu)\mathcal{O}_{8G}(\mu) \ + \cdots \right]$$

$$\mathcal{O}_{7\gamma} = \frac{e}{8\pi^2} m_b \bar{s} \sigma_{\mu\nu}(1+\gamma_5) b F_A^{\mu\nu} \qquad \mathcal{O}_{8G} = \frac{g_s}{8\pi^2} m_b \bar{s} \frac{\lambda^a}{2} \sigma_{\mu\nu}(1+\gamma_5) b F_G^{\mu\nu}$$

[A.J.Buras *et al.* 1993]

◆ One-loopの有効演算子からの寄与

$$\mathcal{L}_{\mathrm{dipole}}^{A} = \frac{eG_F}{16\pi^2} \cdot \frac{Q_d}{6\sqrt{2}} Z_{NC}^{sb} \cdot m_b \bar{s}_L \sigma_{\mu\nu} b_R F_A^{\mu\nu}$$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{dipole}}^{G} = \frac{g_s G_F}{16\pi^2} \cdot \frac{1}{6\sqrt{2}} Z_{NC}^{sb} \cdot m_b \bar{s}_L \frac{\lambda^a}{2} \sigma_{\mu\nu} b_R F_G^{a\mu\nu}$$

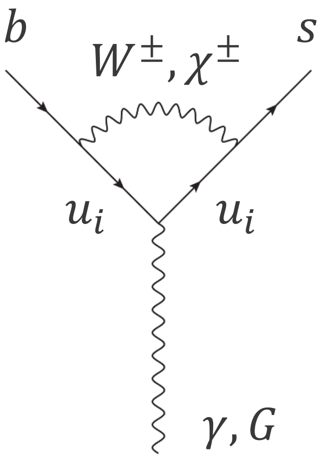
$\longrightarrow$

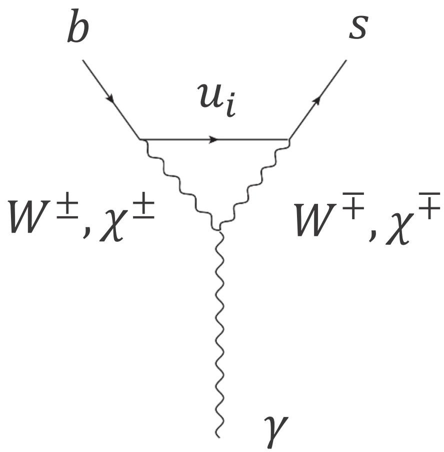
$$C_{7\gamma}^{NP1}(M_W) = \frac{Q_d}{24} \cdot \frac{Z_{NC}^{sb}}{V_{tb}V_{ts}^*}$$

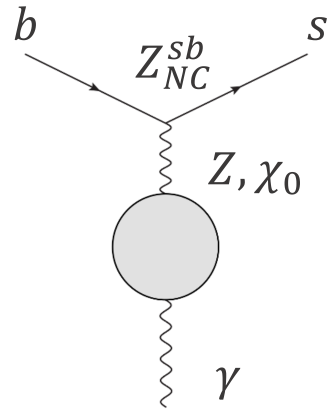
$$C_{8G}^{NP1}(M_W) = \frac{1}{24} \cdot \frac{Z_{NC}^{sb}}{V_{tb}V_{ts}^*}$$

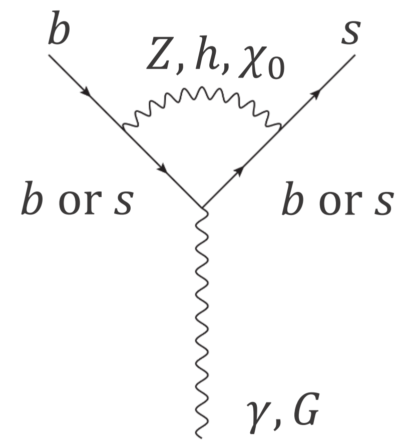
SM粒子の積分

- VLQを含まないダイアグラムについてのInami-Lim関数を計算









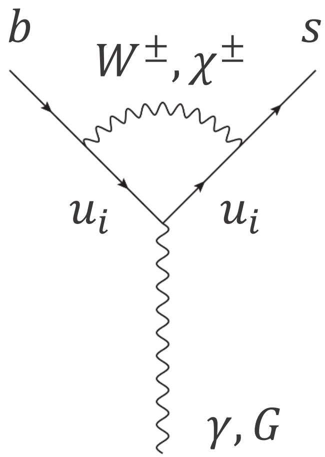
標準模型の寄与
+
ユニタリティの破れ

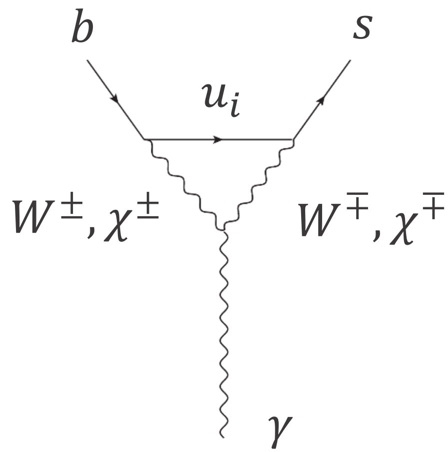
$$V_{us}^* V_{ub} + V_{cs}^* V_{cb} + V_{ts}^* V_{tb} \simeq Z_{NC}^{sb}$$

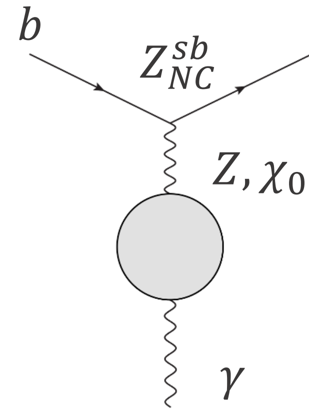
FCNC結合を含む
1-loopダイアグラム

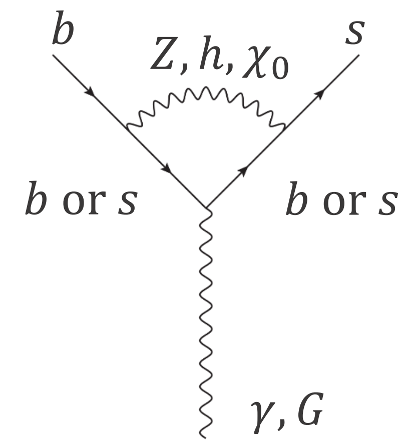
Wilson係数

- VLQを含まないダイアグラムについてのInami-Lim関数を計算









標準模型の寄与

+

$$C_{7\gamma}^{uv}(M_W) = \underline{\frac{1}{3}\left(Q_u + \frac{5}{4}\right)} \cdot \frac{Z_{NC}^{sb}}{V_{tb}V_{ts}^*}$$

$(\simeq 0.64)$

$$C_{7\gamma}^{NC}(M_W) = \underline{\frac{Q_d}{3}\left(1 - Q_d \sin^2\theta_w\right)} \cdot \frac{Z_{NC}^{sb}}{V_{tb}V_{ts}^*}$$

$(\simeq -0.12)$

ここまでのまとめ

◆ Tree level FCNC

$$\frac{g}{2\cos\theta_w}\left(\bar{d_L}, \bar{s_L}, \bar{b_L}\right)\gamma^\mu \begin{pmatrix} Z_{NC}^{dd} & Z_{NC}^{ds} & Z_{NC}^{db} \\ Z_{NC}^{sd} & Z_{NC}^{ss} & Z_{NC}^{sb} \\ Z_{NC}^{bd} & Z_{NC}^{bs} & Z_{NC}^{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} Z_\mu \qquad Z_{NC}^{sb} = -\frac{v^2}{2}\cdot\frac{y_d^{s4} y_d^{b4*}}{M_4^2}$$

◆ $b \to s\gamma$へ寄与するWilson係数

$$C_{7\gamma}^{NP1}(M_W) = \frac{Q_d}{24}\cdot\frac{Z_{NC}^{sb}}{V_{tb}V_{ts}^*}\;, \qquad C_{7\gamma}^{NP2}(M_W) = C_{7G}^{uv}(M_W) + C_{7\gamma}^{NC}(M_W)$$

◆ $M_4 \to M_W$への繰り込み群の効果を考慮しないので

$$C_{7\gamma}^{NP}(M_W) = C_{7\gamma}^{NP1}(M_W) + C_{7\gamma}^{NP2}(M_W)$$

$$C_{8G}^{NP}(M_W) = C_{8G}^{NP1}(M_W) + C_{8G}^{NP2}(M_W)$$

概要

- 導入
- 有効理論の構築
  - $\mu \sim M_{VLQ}$
  - $\mu \sim M_W$
- B中間子稀崩壊

  $\bar{B} \to X_s \gamma$ $(b \to s\gamma)$, $(B_s \to \mu^+\mu^-$ $(\bar{b}s \to ll)$, ユニタリティの関係)
- まとめと展望

$\bar{B} \to X_s\gamma$, $(b \to s\gamma)$

◆ Leading Orderの表式 [A.J.Buras *et al.* 1993]

$$\frac{\mathcal{B}[\bar{B} \to X_s\gamma]}{\mathcal{B}[\bar{B} \to X_c e\bar{\nu}_e]} = \frac{|V_{tb}V_{ts}^*|^2}{|V_{cb}|^2} \cdot \frac{6\alpha_{em}}{\pi f(z)} |C_{7\gamma}^{(0)eff}(m_b)|^2 ,$$

$$z = \frac{m_c^2}{m_b^2}$$

$$\eta = \frac{\alpha_s(M_W)}{\alpha_s(m_b)}$$

・Effective Coefficient

$$C_{7\gamma}^{(0)eff}(m_b) = \eta^{\frac{16}{23}} C_{7\gamma}^{(0)}(M_W) + \frac{8}{3}\left(\eta^{\frac{14}{23}} - \eta^{\frac{16}{23}}\right) C_{8G}^{(0)}(M_W) + C_2^{(0)}(M_W) \sum_{i=1}^{8} h_i \eta^{a_i}$$

C_2 : $[\bar{c}\gamma_\mu(1-\gamma_5)b][\bar{s}\gamma^\mu(1-\gamma_5)c]$の係数

◆ 今回はNLOの表式を用いて解析を行う. [K.Chetyrkin, *et al.* 1997]

LOに$O(\alpha_s)$のQCD補正を加える

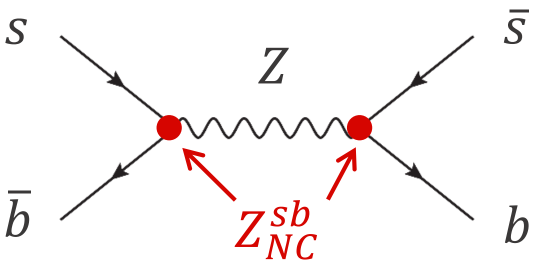
インプットパラメーター

パラメーター	値 [PDG2017]
$\alpha_s(M_Z)$	0.1181 ± 0.0011
$\alpha_{em}^{-1}(m_b \sim M_W)$	130.3 ± 2.3 [K.Chetyrkin, et al. 1997]
$m_{t,pole}$	173.5 ± 1.1 [GeV]
$m_{b,\overline{\mathrm{MS}}}(m_b)$	$4.18^{+0.04}_{-0.03}$ [GeV]
$m_{c,\overline{\mathrm{MS}}}(m_c)$	1.28 ± 0.03 [GeV]

パラメーター	値 [CKMfitter Group2016]
f_{B_s}	$225.1 \pm 1.5 \pm 2.0$ [MeV]
B_s	$1.320 \pm 0.016 \pm 0.030$
$\lvert V_{us}\rvert$	$0.22508^{+0.00030}_{-0.00028}$
$\lvert V_{ub}\rvert$	$0.003715^{+0.000060}_{-0.000060}$
$\lvert V_{cs}\rvert$	$0.973471^{+0.000067}_{-0.000067}$
$\lvert V_{cb}\rvert$	$0.04181^{+0.00028}_{-0.00060}$

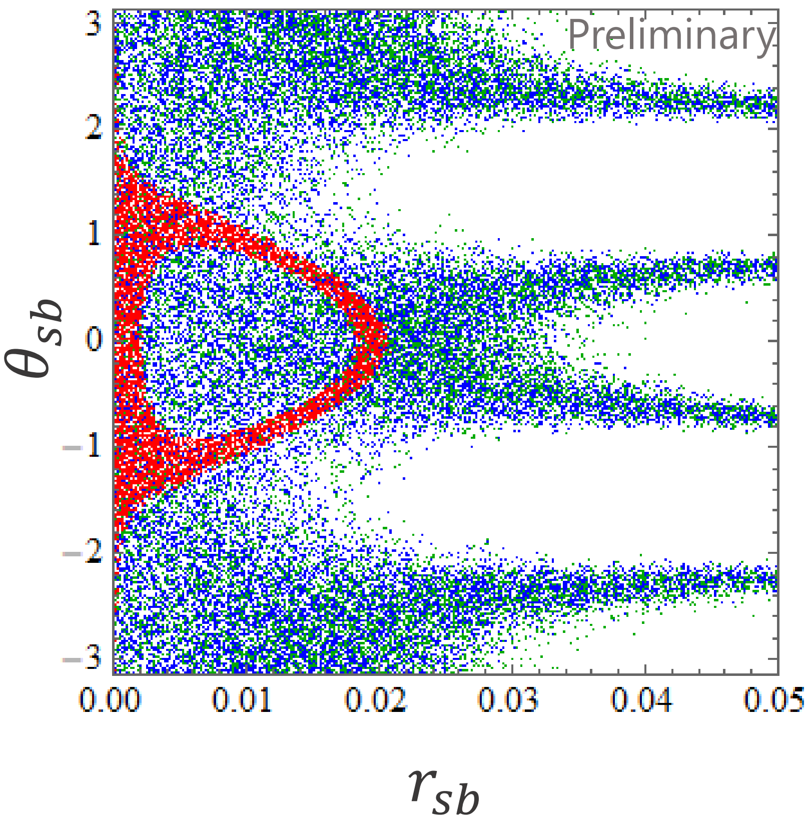
$|V_{tb}V_{ts}^*|$はΔM_sを今の模型で解析し，NPのパラメータの関数として表す．

（新たな寄与の例）



解析結果

$$r_{sb} \equiv \left| \frac{Z_{NC}^{sb}}{V_{ts}^{*} V_{tb}} \right| \quad , \qquad \theta_{sb} \equiv \arg \left[\frac{Z_{NC}^{sb}}{V_{ts}^{*} V_{tb}} \right]$$

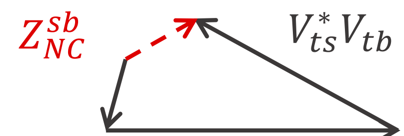


- 緑 : $\bar{B} \to X_s \gamma$

$$B[\bar{B} \to X_s \gamma]_{exp} = (3.32 \pm 0.15) \times 10^{-4}$$

[HFLAV 2016]

- 青 : ユニタリティの関係

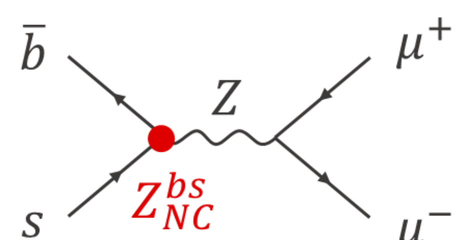


- 赤 : $B_s \to \mu^+ \mu^-$

$$B[B_s \to \mu^+ \mu^-]_{exp} = 2.8^{+0.7}_{-0.6} \times 10^{-9}$$

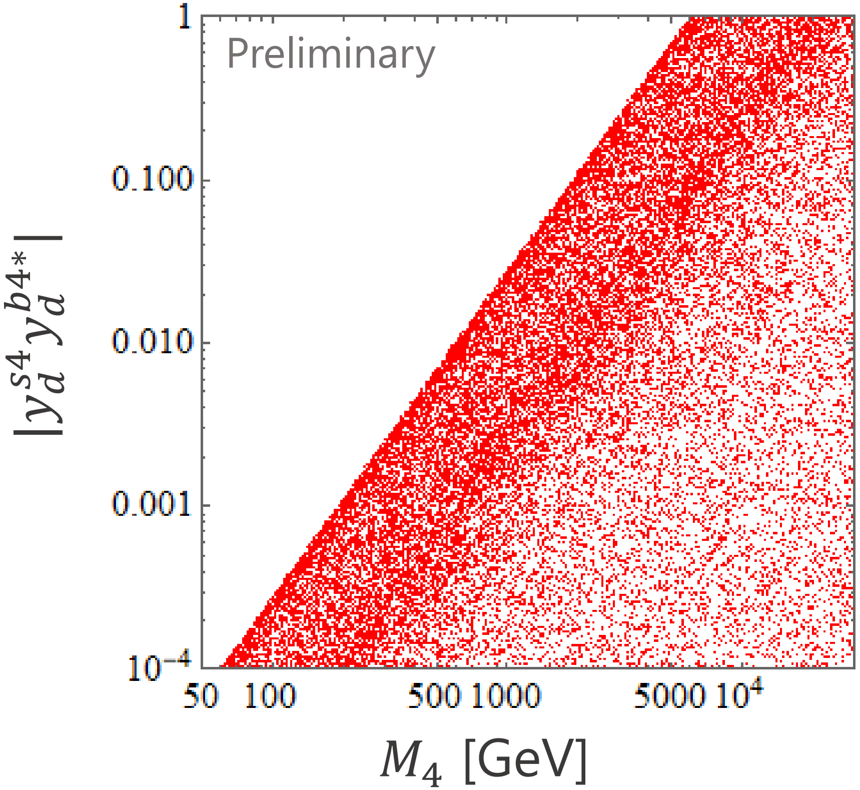
[CMS and LHCb Collaborations 2015]

⟶ $B_s \to \mu^+ \mu^-$からの制限が強い ⟷



解析結果

- 制限を満たす$(M_4, |y_d^{s4} y_d^{b4*}|)$の領域は以下のようになる.



$$Z_{NC}^{sb} = -\frac{v^2}{2} \cdot \frac{y_d^{s4} y_d^{b4*}}{M_4^2}$$

$v \sim 246$ [GeV]

・赤 : $B_s \to \mu^+\mu^-$ の制限を満たす領域

例えば

$$\left|y_d^{s4} y_d^{b4*}\right| = O(1) \to M_4 > 5\ \mathrm{TeV}$$

概要

- 導入
- 有効理論の構築
  - ・$\mu \sim M_{VLQ}$
  - ・$\mu \sim M_W$
- B中間子稀崩壊

  $\bar{B} \to X_s \gamma \ \ (b \to s\gamma), B_s \to \mu^+\mu^-$, ユニタリティの関係
- まとめと展望

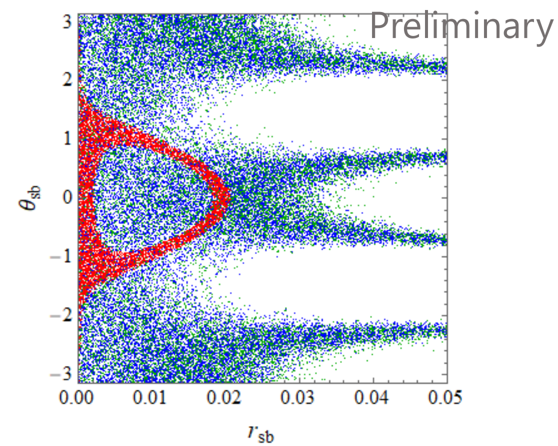
まとめと展望

- 標準模型に一つのダウンタイプVLQを加える模型を考察.

- VLQを積分し1-loopレベルで有効理論を構築した.

$$\mathcal{L}^{A}_{\text{dipole}} = \frac{eG_F}{16\pi^2} \cdot \frac{Q_d}{6\sqrt{2}} Z^{sb}_{NC} \cdot m_b \bar{s}_L \sigma_{\mu\nu} b_R F^{\mu\nu}_{A}$$

- $\bar{B} \to X_s \gamma, B_s \to \mu^+\mu^-$等からのVLQのパラメータへの制限を得た.

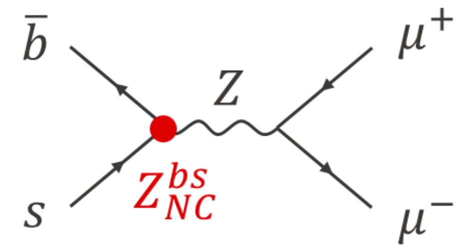


$\longrightarrow$ ツリーレベルのFCNCのため,
$B_s \to \mu^+\mu^-, (b \to sll)$からの制限が強い

まとめと展望

- $M_4 \to M_W$への繰り込み群の効果を考慮する.

- $b \to sll$過程である $B \to X_s ll$からの制限を調べる.



Back up

有効理論の導出 $(\mu \sim M_4)$

◆ $b \to s\gamma$に寄与する有効演算子

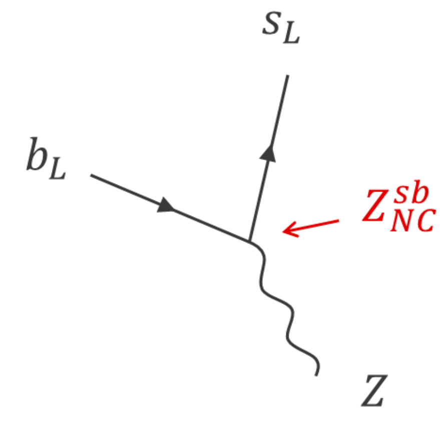
演算子	係数
$h_d^{ji}\,\overline{q_L^j}\,\sigma^{\mu\nu}(y_d^{il}\phi d_R^l + y_u^{il}\tilde{\phi}u_R^l)F_{B\mu\nu} + h.c.$	$\dfrac{g'}{16\pi^2 M_4^2}\left(\dfrac{Y_{\mathrm{qL}}}{2}\dfrac{1}{12} - \dfrac{Y_{\mathrm{dR}}}{2}\dfrac{1}{8}\right)$
$h_d^{ji}\,\overline{q_L^j}\,\dfrac{\tau^a}{2}\sigma^{\mu\nu}(y_d^{il}\phi d_R^l + y_u^{il}\tilde{\phi}u_R^l)F_{W\mu\nu}^a + h.c.$	$\dfrac{g}{16\pi^2 M_4^2}\cdot\dfrac{1}{12}$
$h_d^{ji}\,\overline{q_L^j}\,\dfrac{\lambda^a}{2}\sigma^{\mu\nu}(y_d^{il}\phi d_R^l + y_u^{il}\tilde{\phi}u_R^l)F_{G\mu\nu}^a + h.c.$	$\dfrac{g_s}{16\pi^2 M_4^2}\left(\dfrac{1}{12} - \dfrac{1}{8}\right)$

$(h_d^{ji} = y_d^{j4} y_d^{i4*})$

以上の演算子をbroken phase のものに書き換える.

$$\phi = \begin{pmatrix} \chi^+ \\ (v + \sigma + i\chi_0)/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

有効理論の導出 (Broken-Phase)



◆ **Tree level の有効演算子から**

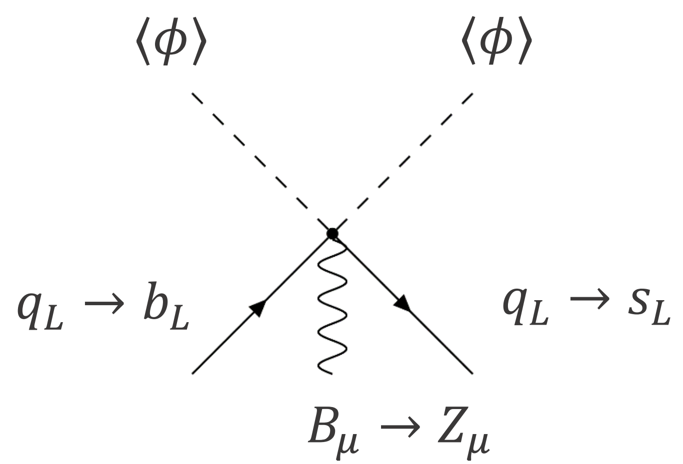
$$\frac{g}{2\cos\theta_w}\left(\bar{d_L}, \bar{s_L}, \bar{b_L}\right)\gamma^\mu \begin{pmatrix} Z_{NC}^{dd} & Z_{NC}^{ds} & Z_{NC}^{db} \\ Z_{NC}^{sd} & Z_{NC}^{ss} & Z_{NC}^{sb} \\ Z_{NC}^{bd} & Z_{NC}^{bs} & Z_{NC}^{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} Z_\mu$$

$$Z_{NC}^{sb} = -\frac{v^2}{2}\cdot\frac{y_d^{s4} y_d^{b4*}}{M_4^2}$$

$\Rightarrow Z, h, \chi_0$ にTree levelのFCNCが生じる.

・有効演算子

$$i\frac{y_d^{j4} y_d^{i4*}}{M_4^2}\left(\bar{q_L^i}\phi\right)\not{D}_R^d\left(\phi^\dagger q_L^j\right)$$

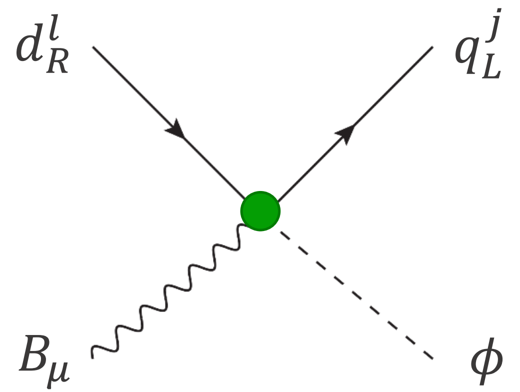


有効理論の導出 ($\mu \sim M_4$)

◆ $\boldsymbol{b \to s\gamma}$**に寄与する有効演算子**

$$\frac{g'}{16\pi^2 M_4^2}\left(\frac{Y_{qL}}{24}-\frac{Y_{dR}}{16}\right) h_d^{ji} y_d^{il}$$

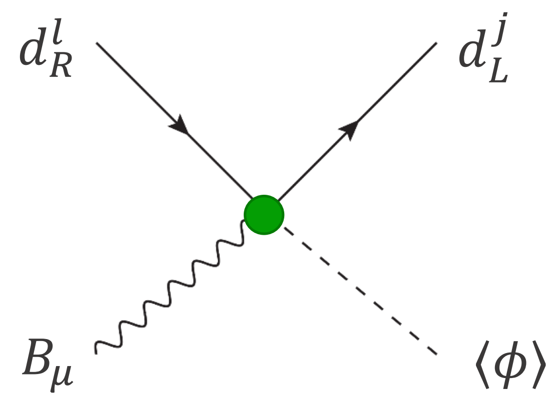
$$\times\ \bar{q}_L^j \sigma_{\mu\nu} \phi d_R^l F_B^{\mu\nu}$$



真空期待値 $\phi \to \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$

$$\underline{y_d^{il}}\ v \cdot \bar{d}_L^j \sigma_{\mu\nu} \phi d_R^l F_B^{\mu\nu}$$

dクォーク質量行列 m_d



◆ FCNC結合を含む1-loopダイアグラムの寄与

$$\mathcal{L}^{NC}_{\text{dipole}} = \frac{eg^2}{64\pi^2 M_W^2} Q_d \sum_{\alpha=d,s,b} \left[Z^{s\alpha}_{NC} Z^{\alpha b}_{NC} F_{ZZ}(r_\alpha, w_\alpha) + Z^{sb}_{NC} Q_d \sin^2\theta_w F_Z(r_\alpha, w_\alpha) \right] m_b \bar{s}_L \sigma_{\mu\nu} b_R F^{\mu\nu}_A$$

$$-\frac{eg^2}{32\pi^2 M_W^2} Q_d Z^{sb}_{NC} Q_d \sin^2\theta_w F'_Z(r_b) m_b \bar{s}_L \sigma_{\mu\nu} b_R F^{\mu\nu}_A$$

先行研究
[L.T.Handoko, T.Morozumi 1995]
に誤り

$$F_{ZZ}(r_\alpha, w_\alpha) \equiv F_1(r_\alpha) + F_2(r_\alpha) + F_3(w_\alpha)$$

$$F_Z(r_\alpha, w_\alpha) \equiv 2F_1(r_\alpha)$$

$$F_1(r_\alpha) \equiv \frac{4 - 9r_\alpha + 5r_\alpha^3 + 6r_\alpha(1-2r_\alpha)\ln r_\alpha}{12(1-r_\alpha)^4}$$

$$F_2(r_\alpha) \equiv r_\alpha \frac{-20 + 39r_\alpha - 24r_\alpha^2 + 5r_\alpha^3 + 6(-2+r_\alpha)\ln r_\alpha}{24(-1+r_\alpha)^4}$$

$$F_3(w_\alpha) \equiv -w_\alpha \frac{-16 + 45w_\alpha - 36w_\alpha^2 + 7w_\alpha^3 + 6(-2+3w_\alpha)\ln w_\alpha}{24(-1+w_\alpha)^4}$$

$$F'_Z(r_\alpha) \equiv \frac{1 - r_\alpha^2 + 2r_\alpha \ln r_\alpha}{(1-r_\alpha)^3}$$

$$\left(r_\alpha = \frac{m_\alpha^2}{M_Z^2}, w_\alpha = \frac{m_\alpha^2}{M_h^2} \right)$$

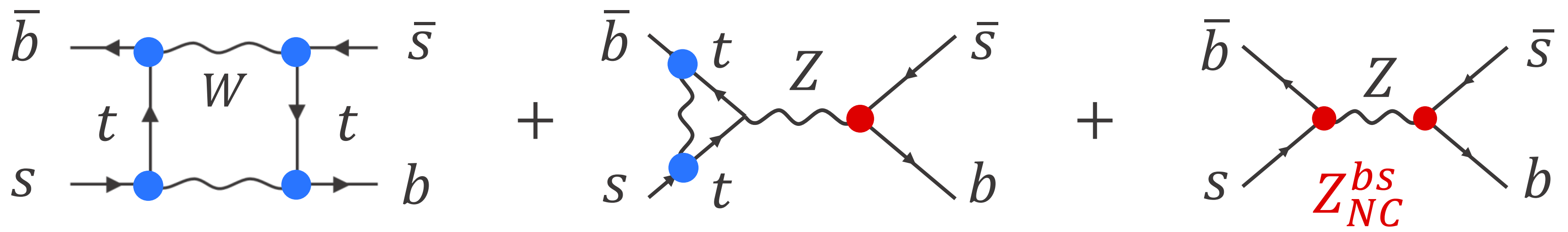
$\longrightarrow$ $(m_{s,b}^2 \ll M_{Z,h}^2)$

$$C^{NC}_{7\gamma}(M_W) = \underline{\frac{Q_d}{3}\left(1 - Q_d \sin^2\theta_w\right)} \cdot \frac{Z^{sb}_{NC}}{V_{tb}V^*_{ts}}$$

$(\simeq -0.12)$

B_s中間子の質量差ΔM_S

・寄与するダイアグラム



・ΔM_{B_s} は次のように表される.

$$\Delta M_{B_s} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha}{6\pi \sin^2\theta_w} \eta_B B_{B_s} f_{B_s}^2 m_{B_s} \left|S_0(x_t)\right| \left|V_{tb}V_{ts}^*\right|^2 \left|\Delta_{B_s}(r_{sb}, \theta_{sb})\right|$$

$$\Delta_{Bs}(r_{sb}, \theta_{sb}) = 1 + O(r_{sb}, \theta_{sb})$$

・$r_{sb} \to 0$ $(Z_{NC} \to 0, M_4 \to \infty)$で標準模型に帰着.

(r_{sb}, θ_{sb}) への制限

- **$B_s \to \mu^+\mu^-$ の崩壊分岐比**

$$\Delta_{B\to\mu\mu}(r_{sb}, \theta_{sb}) = 1 + O(r_{sb}, \theta_{sb})$$

$$\mathrm{Br}[B_s \to \mu^+\mu^-] \propto |V_{tb}^* V_{ts}|^2 |\Delta_{B\to\mu\mu}(r_{sb}, \theta_{sb})|$$

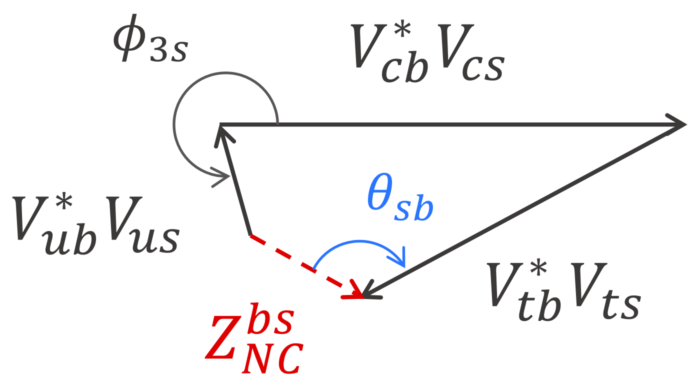
・実験値 $Br[B_s \to \mu^+\mu^-]_{exp} = 2.8^{+0.7}_{-0.6} \times 10^{-9} \quad (1\sigma)$

[V. Khachatryan *et al.* [CMS and LHCb Collaborations], Nature 522 (2015) 68]

- **ユニタリティの関係**

$$V_{ub}^* V_{us} + V_{cb}^* V_{cs} + V_{tb}^* V_{ts} \simeq Z_{NC}^{bs}$$

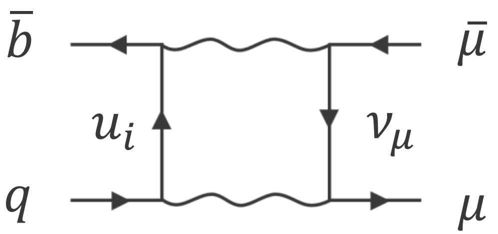
$$\boxed{-1 \leq \cos\phi_{3s} \leq 1}$$



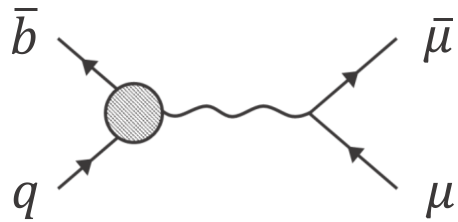
$$\cos\phi_{3s} = \frac{1}{2}\left|\frac{V_{cb}^* V_{cs}}{V_{ub}^* V_{us}}\right| \left\{ 1 + \left|\frac{V_{ub}^* V_{us}}{V_{cb}^* V_{cs}}\right|^2 - \left|\frac{V_{tb}^* V_{ts}}{V_{cb}^* V_{cs}}\right|^2 (1 - 2r_{sb}\cos\theta_{sb} + r_{sb}^2) \right\}$$

4-Fermi Theory

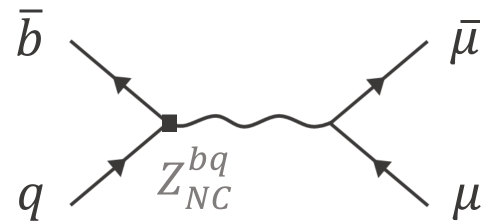
- $B_q \to \mu^+\mu^-$



box



SM 1-loop



Tree FCNC

$O(G_F \times \alpha)$ $\quad$ $O(G_F \times \alpha)$ $\quad$ $O\left(G_F \times \frac{Z_{NC}}{V_{tb}^* V_{tq}}\right)$

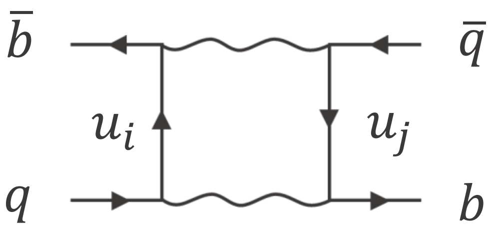
SM

$$Br[B_q \to \mu^+\mu^-]$$
$$= \tau_B \frac{1}{16\pi} G_F^2 \left(\frac{\alpha}{\pi \sin^2\theta_w}\right)^2 |\eta_Y Y_0(x_t)|^2 |f_{B_s}|^2 m_B m_\mu^2 \sqrt{1 - \frac{4m_\mu^2}{m_B^2}} |V_{tb}^* V_{tq}|^2 |\Delta_{B\to\mu\mu}(r_{qb}, \theta_{qb})|^2$$

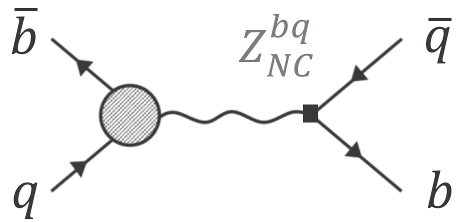
$$|\Delta_{B\to\mu\mu}(r_{qb}, \theta_{qb})| = \left\{1 - \frac{2\pi \sin^2\theta_w}{\alpha Y_0(x_t)} r_{qb} \cos\theta_{qb} + \left(\frac{\pi \sin^2\theta_w}{\alpha Y_0(x_t)}\right)^2 r_{qb}^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$

4-Fermi Theory

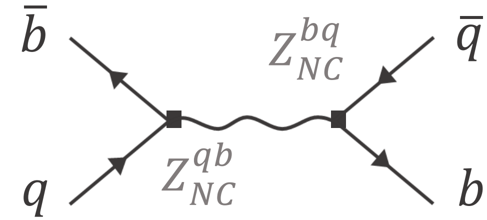
- **$B_q - \overline{B_q}$ mixing**



box



SM 1-loop+Tree FCNC



Tree FCNC

$$\underbrace{O(G_F\alpha)}_{\text{SM}} + O\left(G_F\alpha \times \frac{Z_{NC}}{V_{tb}^* V_{tq}}\right) \qquad O\left(G_F\alpha \times \frac{Z_{NC}}{V_{tb}^* V_{tq}}\right) \qquad O\left(G_F \times \left(\frac{Z_{NC}}{V_{tb}^* V_{tq}}\right)^2\right)$$

$$\mathcal{L}_{\Delta F=2} = \underline{\frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha}{4\pi \sin^2\theta_W} (V_{tb}^* V_{tq})^2 S_0(x_t) [\bar{b}_L \gamma_\mu q_L][\bar{b}_L \gamma_\mu q_L]}$$

$$+ \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{2\alpha}{\pi \sin^2\theta_W} Z_{NC}^{bq} V_{tb}^* V_{tq} \underline{Y_0(x_t)} [\bar{b}_L \gamma_\mu q_L][\bar{b}_L \gamma_\mu q_L] - \frac{G_F}{\sqrt{2}} (Z_{NC}^{bq})^2 [\bar{b}_L \gamma_\mu q_L][\bar{b}_L \gamma_\mu q_L]$$

Same as $B_q \to \mu^+\mu^-$

$$S_0(x_i) = -\frac{3}{2}\left(\frac{x_i}{x_i - 1}\right)^3 \ln x_i - x_i \left\{\frac{1}{4} - \frac{9}{4}\frac{1}{x_i - 1} - \frac{3}{2}\frac{1}{(x_i - 1)^2}\right\}$$